



Kangourou della Matematica 2023
Coppa Ecolier a squadre
Finale 2
Cervia, 6 maggio 2023



Quesiti

1. Il più piccolo

Mariella ha scritto il più piccolo numero intero di quattro cifre, maggiore di zero, tale che il prodotto delle sue cifre sia 40. Che numero ha scritto Mariella?

2. L'ora

Sono a casa. L'unico orologio che ho si è fermato alle ore 13:00. Appena me ne sono accorto, l'ho rimesso in moto senza modificare l'ora e sono andato subito da un amico: sono arrivato da lui alle 15:00 (ora corretta) e da lui sono ripartito alle 17:30 (ora corretta). Ora sono di ritorno a casa e il mio orologio (che nel frattempo ha marciato regolarmente) indica le 17:30. Il tempo che ho impiegato all'andata è identico a quello che ho impiegato al ritorno. A quale ora (corretta) sono rientrato a casa? *(Scrivete le quattro cifre dell'ora, senza i due punti.)*

3. Divisibili solo per pari

Quanti sono i numeri interi tra 2 e 2023 inclusi che, oltre che per 1, sono divisibili solo per numeri che siano pari?

4. Le cifre della data

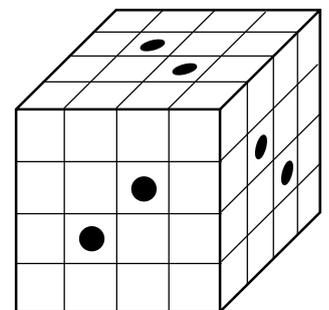
Quest'anno la data della gara individuale di Kangourou è 16/03/2023: sommando tutte le cifre di questa data si ottiene 17. Per quanti giorni, dal primo all'ultimo giorno di quest'anno, la somma delle cifre della data è 23?

5. L'uovo di Pasqua

Ho regalato un uovo di Pasqua a ciascuno dei miei 13 amici. Inizialmente avevo denaro sufficiente per acquistare solo 9 uova, e mi sarebbero avanzati 20 centesimi, poi mia zia mi ha prestato 40 euro: in questo modo ho acquistato tutte le uova che mi servivano e mi è avanzato 1 euro. Tutte le uova hanno lo stesso prezzo. Quanti centesimi è costato ogni uovo?

6. Il cubo perforato

Luigi ha ottenuto un cubo accostando $4 \times 4 \times 4$ cubetti identici. Poi ha montato su un trapano una punta di sezione più piccola della faccia di ciascuno dei cubetti e con essa ha perforato il cubo da parte a parte per sei volte, ogni volta parallelamente ad uno spigolo: in figura i punti neri denotano i punti di ingresso del trapano. Quanti cubetti non sono stati toccati dalla punta del trapano?



7. A destra e a sinistra

Andrea ha scritto un numero intero di due cifre, Beatrice ha scritto il numero di tre cifre che si ottiene da quello di Andrea ponendo un 2 alla sua destra, Cecilia ha scritto il numero di tre cifre che si ottiene da quello di Andrea ponendo un 2 alla sua sinistra. Sommando 36 al numero di Cecilia, si ottiene il numero di Beatrice. Che numero ha scritto Andrea?

8. Il serbatoio

Un serbatoio può contenere carburante sufficiente per alimentare una turbina per 40 ore di funzionamento senza interruzioni, ma non di più; dopo sette ore di funzionamento, la velocità di rotazione della turbina, e quindi il consumo di carburante, si dimezza. La turbina ha iniziato a funzionare alle 12.00 di oggi con il serbatoio pieno ed è sempre rimasta in funzione. Alle 16.00 il serbatoio con il carburante rimasto pesava 90 chili; alle 22.00, sempre di oggi, pesava 72 chili. Quanti chili pesa il serbatoio vuoto?

9. Tre cifre 9

Maria ha iniziato a scrivere in sequenza uno dopo l'altro, senza elementi separatori, tutti i numeri interi positivi: 12345678910111.... Ha promesso di fermarsi non appena avrà ottenuto il primo blocco di tre cifre 9 consecutive, cioè 999 (anche senza terminare la scrittura dell'ultimo numero). Quante cifre avrà scritto in totale nel momento esatto in cui si fermerà?

10. Cartoline

Enrica raccoglie cartoline. Per ora possiede 31 buste, ognuna contenente almeno una cartolina ma non più di sei. 25 di queste buste ne contengono almeno 2, 17 ne contengono almeno 3, 15 almeno 4, 9 almeno 5 e le buste che contengono 6 cartoline sono 6. Quante cartoline ha, per ora, Enrica?

11. La differenza

Cristina ha scritto un numero intero di quattro cifre (cioè non minore di 1.000). Anche Aldo ha scritto un numero intero di quattro cifre: le cifre del numero di Aldo sono le stesse che ha usato Cristina (in ordine diverso), il numero di Aldo è più grande di quello di Cristina, la somma dei numeri scritti da Aldo e Cristina è 9999 e la differenza fra il numero di Aldo e quello di Cristina è la più piccola possibile in questa situazione. Quanto vale questa differenza?

12. Torte e panini

Ieri ho comprato sei panini e tre fette di torta, oggi ho comprato tre panini e sei fette di torta. Tutti i panini hanno lo stesso prezzo e tutte le fette di torta hanno lo stesso prezzo: un panino costa il doppio di una fetta di torta. Ieri ho speso 6 euro e 90 centesimi più di oggi. Di quanti centesimi è il prezzo di un panino?

13. Strette di mano

Venti amici, fra cui tre fratelli, si trovano ad una festa. Al termine, per salutarsi, ognuno stringe la mano una e una sola volta ad ognuno degli altri, ma i tre fratelli, poiché vivono insieme, non si stringono la mano tra loro. Complessivamente, quante strette di mano avvengono?

14. Sedie

Nel ristorante di Arturo ogni sedia è o blu o gialla o rossa o verde o viola. Attorno ad un grande tavolo circolare oggi ci sono 26 sedie e i 13 ospiti già arrivati si sono seduti in modo che fra due di loro ci sia sempre una sedia vuota. Se ogni occupante si spostasse di 2 sedie in senso orario, la nuova sedia che occuperebbe avrebbe lo stesso colore di quella da lui occupata in precedenza. Se ogni occupante si spostasse di 9 sedie in senso anti-orario, ancora la nuova sedia che occuperebbe avrebbe lo stesso colore di quella da lui occupata in precedenza. Enrico è uno dei 13 e la sua sedia è rossa. Quante delle 26 sedie sono rosse?

15. Da A a B

Viaggiando dalla città A alla città B, Sergio incontra un cartello stradale che segnala: "100 km alla città B". Dopo 12 km Sergio vede un altro cartello sull'altro lato della strada che segnala: "100 km alla città A". Quanti chilometri deve percorrere Sergio per andare da A a B?



Kangourou della Matematica 2023
Coppa Ecolier a squadre
Finale 2
Cervia, 6 maggio 2023



Quesiti e soluzioni

1. Il più piccolo

Mariella ha scritto il più piccolo numero intero di quattro cifre, maggiore di zero, tale che il prodotto delle sue cifre sia 40. Che numero ha scritto Mariella?

Risposta: 1158. Sol. Si ha $40 = 5 \times 8 \times 1 \times 1$. La cifra 0 non può comparire; la cifra 1 può comparire tante volte quante occorre, deve comparire la cifra 5 e, volendo minimizzare il numero, la cifra 8.

2. L'ora

Sono a casa. L'unico orologio che ho si è fermato alle ore 13:00. Appena me ne sono accorto, l'ho rimesso in moto senza modificare l'ora e sono andato subito da un amico: sono arrivato da lui alle 15:00 (ora corretta) e da lui sono ripartito alle 17:30 (ora corretta). Ora sono di ritorno a casa e il mio orologio (che nel frattempo ha marciato regolarmente) indica le 17:30. Il tempo che ho impiegato all'andata è identico a quello che ho impiegato al ritorno. A quale ora (corretta) sono rientrato a casa? (*Scrivete le quattro cifre dell'ora, senza i due punti.*)

Risposta: 1830. Sol. Le ore riportate indicano che il mio orologio è rimasto fermo giusto per il tempo che ho impiegato in uno dei due viaggi, cioè un'ora.

3. Divisibili solo per pari

Quanti sono i numeri interi tra 2 e 2023 inclusi che, oltre che per 1, sono divisibili solo per numeri che siano pari?

Risposta: 0010. Sol. Gli unici numeri divisibili solo per numeri pari (oltre che per 1) sono 2 e quelli che si ottengono da 2 moltiplicandolo per 2 un opportuno numero di volte. Quindi tra 2 e 2023 sono: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024.

4. Le cifre della data

Quest'anno la data della gara individuale di Kangourou è 16/03/2023: sommando tutte le cifre di questa data si ottiene 17. Per quanti giorni, dal primo all'ultimo giorno di quest'anno, la somma delle cifre della data è 23?

Risposta: 0012. Sol. 2023 porta un contributo di 7. Il massimo per la somma delle cifre di un giorno è 11 (giorno 29), dunque occorre che le cifre del mese diano come somma almeno 5. Rimangono dunque i mesi 5, 6, 7, 8, 9. Le date possibili sono allora 29/5, 28/6, 19/6, 27/7, 18/7, 9/7, 26/8, 17/8, 8/8, 25/9, 16/9, 7/9.

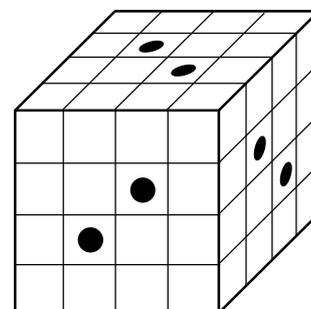
5. L'uovo di Pasqua

Ho regalato un uovo di Pasqua a ciascuno dei miei 13 amici. Inizialmente avevo denaro sufficiente per acquistare solo 9 uova, e mi sarebbero avanzati 20 centesimi, poi mia zia mi ha prestato 40 euro: in questo modo ho acquistato tutte le uova che mi servivano e mi è avanzato 1 euro. Tutte le uova hanno lo stesso prezzo. Quanti centesimi è costato ogni uovo?

Risposta: 0980. Sol. $4000 - 100 + 20 = 3920$ centesimi è il costo di $13 - 9 = 4$ uova.

6. Il cubo perforato

Luigi ha ottenuto un cubo accostando $4 \times 4 \times 4$ cubetti identici. Poi ha montato su un trapano una punta di sezione più piccola della faccia di ciascuno dei cubetti e con essa ha perforato il cubo da parte a parte per sei volte, ogni volta parallelamente ad uno spigolo: in figura i punti neri denotano i punti di ingresso del trapano. Quanti cubetti non sono stati toccati dalla punta del trapano?



Risposta: 0044. Sol. I cubetti di cui è composto il cubo sono 64. I fori operati sono 6 ripartibili in due terne, ognuna delle quali ha in comune un cubetto. Ogni foro attraversa 4 cubetti. Allora i cubetti attraversati sono 24, di cui 2 attraversati 3 volte. $64 - 24 + 4 = 44$.

7. A destra e a sinistra

Andrea ha scritto un numero intero di due cifre, Beatrice ha scritto il numero di tre cifre che si ottiene da quello di Andrea ponendo un 2 alla sua destra, Cecilia ha scritto il numero di tre cifre che si ottiene da quello di Andrea ponendo un 2 alla sua sinistra. Sommando 36 al numero di Cecilia, si ottiene il numero di Beatrice. Che numero ha scritto Andrea?

Risposta: 0026. Sol. Se AB è il numero scritto da Andrea, deve essere $AB2 = 2AB + 36$, dunque $B = 6$ con riporto 1. È facile vedere ora che A può essere solo 2.

8. Il serbatoio

Un serbatoio può contenere carburante sufficiente per alimentare una turbina per 40 ore di funzionamento senza interruzioni, ma non di più; dopo sette ore di funzionamento, la velocità di rotazione della turbina, e quindi il consumo di carburante, si dimezza. La turbina ha iniziato a funzionare alle 12.00 di oggi con il serbatoio pieno ed è sempre rimasta in funzione. Alle 16.00 il serbatoio con il carburante rimasto pesava 90 chili; alle 22.00, sempre di oggi, pesava 72 chili. Quanti chili pesa il serbatoio vuoto?

Risposta: 0012. Sol. Delle sei ore tra le 16.00 e le 22.00, nelle prime tre il consumo è stato pieno, nelle seconde tre si è dimezzato: i $90 - 72 = 18$ chili consumati vanno dunque ripartiti 12 tra le 16.00 e le 19.00, 6 tra le 19.00 e le 22.00. Il consumo orario fino alle 16.00 è stato allora di 4 chili, dunque il consumo complessivo fino alle 16.00 è stato di 16 chili. Questo porta a concludere che il serbatoio pieno pesa $90 + 16 = 106$ chili. Per un funzionamento ininterrotto di 40 ore sono richiesti $7 \times 4 + 33 \times 2 = 94$ chili di carburante.

9. Tre cifre 9

Maria ha iniziato a scrivere in sequenza uno dopo l'altro, senza elementi separatori, tutti i numeri interi positivi: 12345678910111... Ha promesso di fermarsi non appena avrà ottenuto il primo blocco di tre cifre 9 consecutive, cioè 999 (anche senza terminare la scrittura dell'ultimo numero). Quante cifre avrà scritto in totale nel momento esatto in cui si fermerà?

Risposta: 2590. Sol. Deve arrivare a 899 e poi scrivere la cifra delle centinaia (9) di 900: quindi le cifre scritte sono $9 + 90 \times 2 + 800 \times 3 + 1$.

10. Cartoline

Enrica raccoglie cartoline. Per ora possiede 31 buste, ognuna contenente almeno una cartolina ma non più di sei. 25 di queste buste ne contengono almeno 2, 17 ne contengono almeno 3, 15 almeno 4, 9 almeno 5 e le buste che contengono 6 cartoline sono 6. Quante cartoline ha, per ora, Enrica?

Risposta: 0103. Sol. Nessuna busta contiene più di 6 cartoline. Allora $9 - 6 = 3$ buste devono contenere (esattamente) 5 cartoline, $15 - 9 = 6$ devono contenerne 4, $17 - 15 = 2$ devono contenerne 3, $25 - 17 = 8$ devono contenerne 2, $31 - 25 = 6$ devono contenerne una sola.
 $36 + 15 + 24 + 6 + 16 + 6 = 103$.

11. La differenza

Cristina ha scritto un numero intero di quattro cifre (cioè non minore di 1.000). Anche Aldo ha scritto un numero intero di quattro cifre: le cifre del numero di Aldo sono le stesse che ha usato Cristina (in ordine diverso), il numero di Aldo è più grande di quello di Cristina, la somma dei numeri scritti da Aldo e Cristina è 9999 e la differenza fra il numero di Aldo e quello di Cristina è la più piccola possibile in questa situazione. Quanto vale questa differenza?

Risposta: 0099. Sol. Se la differenza è la più piccola possibile, i due numeri devono avere cifre delle migliaia differenti per una unità, quindi quello di Aldo deve avere come prima cifra 5 e quello di Cristina il 4; la cifra delle centinaia di Aldo deve essere la minima possibile, 0, quella di Cristina la massima, 9. La somma dei due numeri fin qui sarebbe 9900; nel numero di Cristina mancano un 5 e uno 0, in quello di Aldo un 4 e un 9. Scegliendo 4950 come numero di Cristina e 5049 come numero di Aldo, si ha somma 9999 e differenza minima, 99.

12. Torte e panini

Ieri ho comprato sei panini e tre fette di torta, oggi ho comprato tre panini e sei fette di torta. Tutti i panini hanno lo stesso prezzo e tutte le fette di torta hanno lo stesso prezzo: un panino costa il doppio di una fetta di torta. Ieri ho speso 6 euro e 90 centesimi più di oggi. Di quanti centesimi è il prezzo di un panino?

Risposta: 0460. Sol. 690 centesimi è la differenza fra il costo di tre panini e il costo di tre fette di torta, dunque è il costo di tre fette di torta. Allora il costo di una fetta di torta è 230 centesimi.

13. Strette di mano

Venti amici, fra cui tre fratelli, si trovano ad una festa. Al termine, per salutarsi, ognuno stringe la mano una e una sola volta ad ognuno degli altri, ma i tre fratelli, poiché vivono insieme, non si stringono la mano tra loro. Complessivamente, quante strette di mano avvengono?

Risposta: 0187. Sol. Se anche i tre fratelli si stringessero la mano, le strette di mano sarebbero $20 \times 19 / 2 = 190$. Basta ora levare le tre strette di mano che si dovrebbero dare i fratelli, se non lo fossero.

14. Sedie

Nel ristorante di Arturo ogni sedia è o blu o gialla o rossa o verde o viola. Attorno ad un grande tavolo circolare oggi ci sono 26 sedie e i 13 ospiti già arrivati si sono seduti in modo che fra due di loro ci sia sempre una sedia vuota. Se ogni occupante si spostasse di 2 sedie in senso orario, la nuova sedia che occuperebbe avrebbe lo stesso colore di quella da lui occupata in precedenza. Se ogni occupante si spostasse di 9 sedie in senso anti-orario, ancora la nuova sedia che occuperebbe avrebbe lo stesso colore di quella da lui occupata in precedenza. Enrico è uno dei 13 e la sua sedia è rossa. Quante delle 26 sedie sono rosse?

Risposta: 0026. Sol. Dopo gli spostamenti in senso orario, chi, diciamo Carlo, si sedesse al posto di Enrico, proverrebbe da una sedia rossa: lo stesso sarebbe vero per chi si sedesse al posto di Carlo e così di seguito, dunque tutte le sedie attualmente occupate sono rosse. Dopo gli spostamenti in senso anti-orario le sedie attualmente occupate si scambierebbero con quelle libere, dunque sono anch'esse tutte rosse.

15. Da A a B

Viaggiando dalla città A alla città B, Sergio incontra un cartello stradale che segnala: "100 km alla città B". Dopo 12 km Sergio vede un altro cartello sull'altro lato della strada che segnala: "100 km alla città A". Quanti chilometri deve percorrere Sergio per andare da A a B?

Risposta: 0188. Sol. Quando incontra il primo cartello, Sergio ha percorso $(100 - 12)$ km.