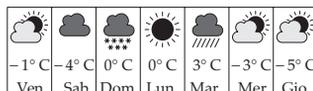


Kangourou Italia
Gara del 18 marzo 2021
Categoria Student
Per studenti del triennio della
scuola secondaria di secondo grado

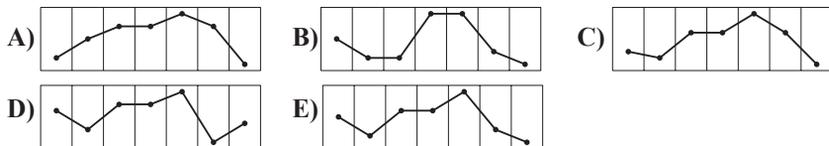


I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

1. La App “Meteo” sul telefono di Paola mostra, come nella figura, il tempo e le temperature massime previste per i prossimi 7 giorni.



Quale dei seguenti grafici rappresenta la curva delle temperature massime?



STUDENT

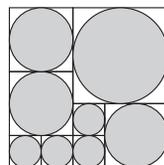
2. Quanti interi sono compresi tra $20 - \sqrt{21}$ e $20 + \sqrt{21}$?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

3. Un cubo il cui spigolo misura 1 viene spezzato in due parallelepipedi (rettangoli) identici. Qual è l'area della superficie di uno di tali parallelepipedi?

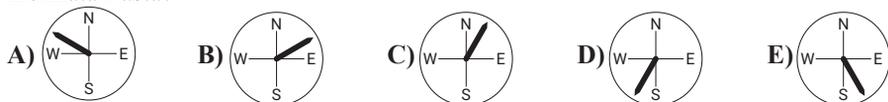
- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Osserva la figura. Un quadrato è stato ripartito in quadrati più piccoli ed in ognuno di tali quadrati è stato inscritto un cerchio, che in figura appare ombreggiato. Quale frazione dell'area del quadrato grande risulta ombreggiata?



- A) $\frac{8\pi}{9}$ B) $\frac{13\pi}{16}$ C) $\frac{3}{\pi}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{\pi}{4}$

5. La tempesta di questa notte ha fatto inclinare l'asta della bandiera nel giardino della nostra scuola. Sia guardando da nord-ovest sia guardando da est, la punta dell'asta si vede a destra della sua base. In quale delle direzioni indicate nelle figure può essere inclinata l'asta?



6. Un foglio di carta rettangolare ha i lati di lunghezza x e y , con $x > y$. Il rettangolo può essere arrotolato in modo da formare un cilindro (senza che la carta si sovrapponga) in due modi diversi. Qual è il rapporto tra il volume del cilindro più lungo e il volume di quello più corto?

- A) $y^2 : x^2$ B) $y : x$ C) $1 : 1$ D) $x : y$ E) $x^2 : y^2$

7. Sia $x = \frac{\pi}{4}$. Tra i seguenti numeri, qual è il più grande?

- A) x^4 B) x^2 C) x D) \sqrt{x} E) $\sqrt[4]{x}$

8. Considerate tutti i numeri interi positivi di tre cifre decimali che possono essere scritti usando solo le cifre 1, 3 e 5, eventualmente ripetute. Quanti di essi sono divisibili per 3?

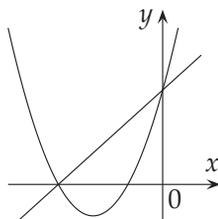
- A) 3 B) 6 C) 9 D) 18 E) 27

9. Qual è l'area del triangolo i cui vertici, in un piano cartesiano, hanno coordinate (p, q) , $(3p, q)$ e $(2p, 3q)$, con $p, q > 0$?

- A) $\frac{pq}{2}$ B) pq C) $2pq$ D) $3pq$ E) $4pq$

10. La parabola in figura è rappresentata da un'equazione della forma $y = ax^2 + bx + c$ con a, b e c numeri reali distinti. Quale delle seguenti equazioni può rappresentare la retta disegnata in figura?

- A) $y = bx + c$ B) $y = cx + b$ C) $y = ax + b$
 D) $y = ax + c$ E) $y = cx + a$



STUDENT

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. Quale frazione dell'insieme dei divisori di $7!$ è formata da numeri dispari?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

12. Sia $A = (0, 1) \cup (2, 3)$ l'unione degli intervalli reali $(0, 1)$ e $(2, 3)$; analogamente sia $B = (1, 2) \cup (3, 4)$. Qual è l'insieme dei numeri $a + b$ con a in A e b in B ?

- A) $(1, 7)$ B) $(1, 5) \cup (5, 7)$ C) $(1, 3) \cup (3, 7)$
 D) $(1, 3) \cup (3, 5) \cup (5, 7)$ E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

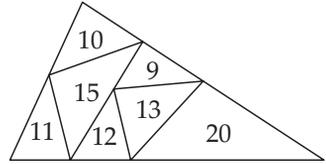
13. Per un numero intero positivo con 3 cifre significative considera la proprietà seguente: scrivendo le cifre in ordine inverso si ottiene un numero, sempre di 3 cifre, maggiore di 99 unità rispetto a quello di partenza. Quanti numeri di 3 cifre godono di tale proprietà?

- A) 8 B) 64 C) 72 D) 80 E) 81



14. Vogliamo allineare, in un ordine qualsiasi, i primi 1000 interi positivi e, per ogni terna di numeri adiacenti nell'allineamento, calcolare la somma dei tre numeri che la compongono. Qual è il massimo numero di somme dispari che può essere ottenuto?
A) 997 **B)** 996 **C)** 995 **D)** 994 **E)** 993

15. Un triangolo è suddiviso in triangoli più piccoli come indicato in figura. Il numero scritto in ciascuno dei triangoli piccoli ne indica il perimetro. Quanto misura il perimetro del triangolo grande?
A) 31 **B)** 34 **C)** 41
D) 62 **E)** Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

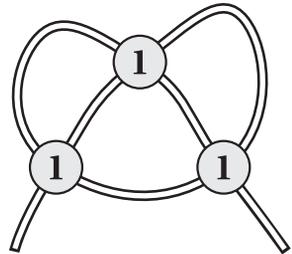


16. Dato un intero positivo N , scritto in forma decimale, denotiamo con $p(N)$ il prodotto delle sue cifre: ad esempio, $p(23) = 2 \times 3 = 6$. Qual è il valore della somma $p(10) + p(11) + p(12) + \dots + p(99) + p(100)$?
A) 2025 **B)** 4500 **C)** 5005 **D)** 5050
E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

17. Ciascuna cella della tabella 5×5 in figura contiene un numero, ma alcuni numeri sono scritti in bianco e quindi invisibili. Si sa che la somma dei numeri in ogni riga e in ogni colonna è sempre la stessa. Che numero c'è nella casella indicata dal punto di domanda?
A) 8 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 18
E) 23

	16		22	
20		21		2
	25		1	
24		5		6
	4		?	

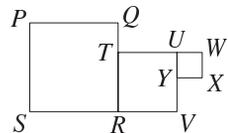
18. Un nastro appoggiato su un tavolo è parzialmente coperto da tre monete, come si vede in figura. Sotto ogni moneta il nastro può passare, con uguale probabilità, in uno dei seguenti due modi:



Tirando i due estremi del nastro, qual è la probabilità che si formi un nodo sul nastro?

- A)** $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{1}{8}$ **D)** $\frac{3}{4}$ **E)** $\frac{3}{8}$

19. Nel disegno vedi tre quadrati, $PQRS$, $TUVR$ e $UWXY$, con alcuni lati parzialmente sovrapposti. I punti P , T e X giacciono sulla stessa retta. È noto che l'area di $PQRS$ è 36 e quella di $TRVU$ è 16. Quanto misura l'area del triangolo PXV ?

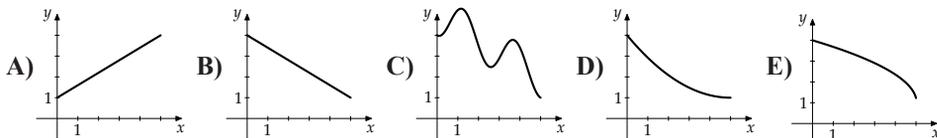
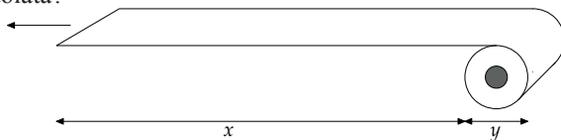


- A)** $\frac{44}{3}$ **B)** $\frac{46}{3}$ **C)** 16 **D)** $\frac{53}{3}$ **E)** 18

STUDENT



20. Un rotolo di carta asciugante è infilato in un apposito supporto. Un cucciolo di spietto ne addenta un'estremità e si allontana. Quale dei grafici seguenti meglio rappresenta lo spessore residuo y del rotolo in funzione della lunghezza x della striscia di carta già srotolata?



I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

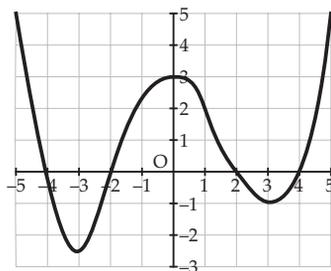
21. La figura riporta il grafico di una funzione

$$f: [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}.$$

Quante sono le soluzioni distinte dell'equazione

$$f(f(x)) = 0?$$

- A) 2 B) 4 C) 6
D) 7 E) 8



STUDENT

22. Su una lavagna sono stati scritti i numeri 1, 2, 7, 9, 10, 15 e 19. Due giocatori cancellano, alternandosi, un numero per volta fino a quando sulla lavagna resta un solo numero. Se la somma dei numeri cancellati da un giocatore è il doppio della somma dei numeri cancellati dall'altro, qual è il numero che resta sulla lavagna?

- A) 7 B) 9 C) 10 D) 15 E) 19

23. La funzione f è tale che, per ogni x, y , $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$; inoltre $f(1) = 2$.

Qual è il valore di

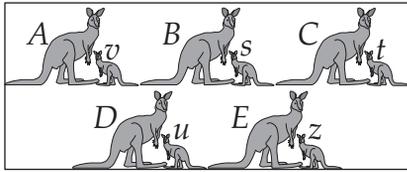
$$\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \dots + \frac{f(2021)}{f(2020)} \quad ?$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $2^{2021} - 1$ D) 2020

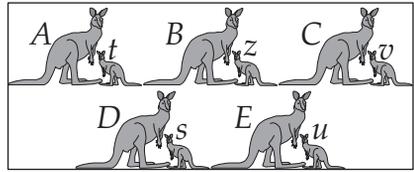
E) Nessuna delle altre risposte è corretta.



24. Cinque canguri, chiamati A, B, C, D ed E , hanno ciascuno un figlio che indichiamo con le lettere s, t, u, v ed z . Nelle foto del primo gruppo, esattamente due figli sono abbinati alla propria madre, mentre nel secondo gruppo di foto gli abbinamenti corretti sono esattamente tre. Di chi è figlio il cangurino s ?

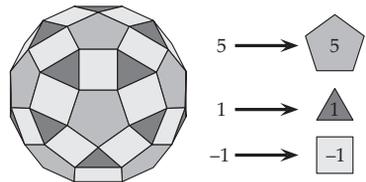


A) A B) B C) C



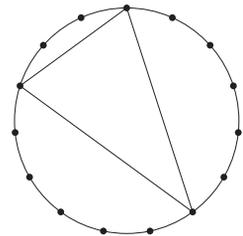
D) D E) E

25. Il solido in figura ha 12 facce che sono pentagoni regolari, mentre le altre facce sono quadrati o triangoli equilateri. Ogni faccia pentagonale è adiacente a 5 facce quadrate mentre ogni faccia triangolare è adiacente a 3 facce quadrate. Su ogni faccia è segnato un numero: 5 su quelle pentagonali, 1 su quelle triangolari e -1 su quelle quadrate. Qual è la somma di tutti i numeri che compaiono sulla superficie del solido?



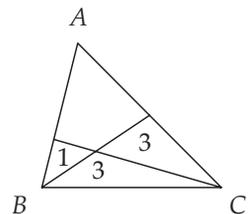
A) 20 B) 50 C) 60 D) 80 E) 120

26. 15 punti sono distribuiti in maniera uniforme (cioè la distanza tra due punti adiacenti è costante) su una circonferenza. Si formano triangoli scegliendo come vertici tre di questi punti in ogni modo possibile. Se consideriamo come identici due triangoli che siano ottenibili uno dall'altro mediante una rotazione o una riflessione, quanti triangoli distinti possono essere generati?



A) 19 B) 91 C) 46
D) 455 E) 23

27. Un triangolo ABC è suddiviso in quattro parti da due segmenti, come mostrato in figura. Le aree dei tre triangoli così ottenuti misurano 1, 3 e 3. Quanto misura l'area del triangolo ABC ?

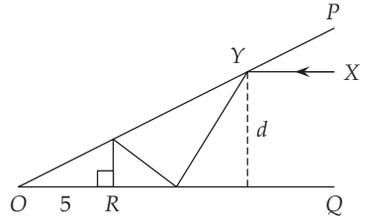


A) 12 B) 12,5 C) 13
D) 13,5 E) 14

STUDENT



28. Due specchi piani OP e OQ formano un angolo acuto. Un raggio di luce XY parallelo a OQ colpisce lo specchio OP in Y . Il raggio viene riflesso e colpisce lo specchio OQ , viene riflesso nuovamente e colpisce lo specchio OP , viene riflesso una terza volta e colpisce lo specchio OQ in R formando un angolo retto, come suggerito nello schizzo a fianco che, per il resto, illustra solo la sequenza delle riflessioni, senza pretesa di precisione circa l'ampiezza degli angoli. Si sa che la distanza OR è 5 cm. Quanto vale, in centimetri, la distanza d tra il raggio XY e lo specchio OQ ?



- A) 4 B) 4,5 C) 5 D) 5,5 E) 6

29. Sia $M(k)$ il massimo valore di $|4x^2 - 4x + k|$ al variare di x nell'intervallo $[-1, 1]$, dove il parametro k può essere qualunque numero reale. Al variare di k , qual è il minimo valore possibile di $M(k)$?

- A) 4 B) $\frac{9}{2}$ C) 5 D) $\frac{11}{2}$ E) 8

STUDENT

30. Le regole di un certo gioco a due giocatori stabiliscono che, per vincere, uno dei giocatori deve riuscire ad avere un vantaggio di 3 punti sull'altro. A e B stanno giocando e, in questo momento, A è in vantaggio di un punto. Se ad ogni turno è in palio un punto e i due giocatori hanno la stessa probabilità di aggiudicarselo, qual è la probabilità che sia A ad ottenere la vittoria finale? (Potete assumere che ci sia un vincitore, cioè che il gioco non possa andare avanti all'infinito.)

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$



Risposte STUDENT

E	A	D	E	A	B	E	C	C	D	D	D	A	B	A	B	B	C	E	E	B	E	D	B	A	A	C	B	B
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---