



Kangourou della Matematica 2021

Coppa Junior a squadre

Finale

Online - 4 maggio 2021



## Quesiti e risposte

### 1. Il prodotto

La somma delle cifre di un numero di cinque cifre è 37. Quanto vale al minimo il loro prodotto?

### 2. Il quadrato perfetto

Qual è il più grande numero intero  $n$  tale che  $4^{27} + 4^{1025} + 4^n$  sia un quadrato perfetto?

### 3. “Frazioni dell’anno”

Chiamiamo “*frazione dell’anno*” una frazione di interi positivi  $N/D$  minore di 1, ridotta ai minimi termini e tale che la somma  $N + D$  valga 2021. Quante sono le frazioni dell’anno?

### 4. La scacchiera

Su un foglio viene disegnata una scacchiera quadrata tradizionale di  $8 \times 8$  celle quadrate, ciascuna di area  $\sqrt{2} + 1$ , a colori bianco e nero alternati. Sopra di essa viene disegnata una seconda scacchiera identica alla prima, concentrica ma ruotata di 45 gradi. Qual è l’area della regione i cui punti erano neri nel primo disegno e rimangono neri nel secondo?

### 5. I gettoni

Matteo ha 6 gettoni rossi, 3 gettoni verdi e 3 gettoni gialli e gettoni dello stesso colore sono indistinguibili. Vuole costruire una pila collocandoli uno sull’altro con l’unico vincolo che gettoni dello stesso colore non siano mai a contatto. Quante diverse pile (di 12 gettoni l’una) può formare? (Due pile si ritengono diverse se in qualche piano è diverso il colore dei gettoni ospitati.)

### 6. Dispari consecutivi

Il numero  $25^3$  è esprimibile come somma di 25 interi dispari consecutivi. Qual è il primo di essi?

### 7. Penelope

Penelope inizia a tessere una tela all’alba del 1 gennaio. Ogni giorno ne tesse 25 metri, ma durante la notte distrugge  $1/10$  del lavoro fatto fino a quel momento. In quale data Penelope riuscirà ad avere una tela lunga almeno 100 m? (*Indicate la data nel formato ggmm, ad esempio 9 luglio deve essere indicato come 0907; se pensate che la risposta sia MAI indicate 9999.*)

### 8. A somma 2021

Determinate tutti i numeri interi positivi  $n$  tali che 2021 sia esprimibile come la somma di  $n$  con la somma delle cifre di  $n$ , e sommateli: che risultato ottenete?

## 9. Il triangolo equilatero

Il lato di un triangolo equilatero misura 2022. Considerate tutti i segmenti di una stessa lunghezza  $L$  che abbiano gli estremi sul bordo del triangolo. Qual è il più piccolo valore di  $L$  tale che ogni punto del triangolo appartenga ad almeno uno di questi segmenti?

## 10. Primi

Tra i numeri interi positivi di tre cifre che si possono scrivere utilizzando solo cifre scelte nell'insieme  $\{1, 3, 5\}$ , quanti sono primi?

## 11. Le taglie

Chiamiamo *taglia* di un numero intero positivo di almeno due cifre il numero delle coppie ordinate di sue cifre, non necessariamente adiacenti, per le quali la prima cifra è maggiore della seconda; ad esempio, la taglia di 5142 è 4. Considerate tutti i possibili numeri di 3 cifre significative diverse fra loro, e sommate le loro taglie: che numero ottenete?

## 12. Il ponte

Aldo sta già attraversando un ponte quando Carlo inizia ad attraversarlo dalla stessa estremità da cui è partito Aldo. Entrambi camminano a velocità costanti, ma diverse. Se, al momento della partenza di Carlo, Aldo ritornasse indietro di 150 metri, incontrerebbe Carlo esattamente a metà del ponte; se invece proseguisse, Aldo e Carlo arriverebbero alla fine del ponte nello stesso istante. Quanti metri è lungo il ponte?

## 13. La media

Una successione di numeri interi positivi gode della seguente proprietà: per ogni  $n \geq 1$ , la media aritmetica dei primi  $n$  termini della successione è  $n$ . Quanti sono i termini della successione minori di 2021?

## 14. Le cifre della somma

Sia  $a$  il numero delle cifre di  $4^{2021}$  e sia  $b$  il numero delle cifre di  $25^{2021}$ . Quanto vale  $a + b$ ?

## 15. CASE

In figura è visualizzata una moltiplicazione eseguita con il metodo tradizionale. Ad ogni lettera corrisponde una cifra, a lettere diverse corrispondono cifre diverse; ogni asterisco denota una cifra; quella più a sinistra in ogni riga è certamente diversa da 0. I numeri di quattro cifre possibili per  $CASE$  sono più di uno: qual è il più grande?

$$\begin{array}{r} CASE \times \\ CASE = \\ \hline ****C \\ ****A \\ ****S \\ ****E \\ \hline ***** \end{array}$$