



Kangourou della Matematica 2021
finale nazionale italiana
Cervia, 25 settembre 2021



LIVELLO BENJAMIN

Tutte le risposte devono essere giustificate

B1. (5 punti) Le amebe sono protozoi che si riproducono in tre minuti, cioè ogni 3 minuti ogni ameba ne genera un'altra identica. Nessuna ameba muore finché ha spazio per riprodursi. Due recipienti di uguale capacità contengono inizialmente il primo un'ameba, il secondo 8 amebe. Il secondo recipiente si trova pieno di amebe dopo esattamente 3 ore. Quanti minuti impiega a riempirsi il primo recipiente?

Risposta: 189.

Soluzione. Il primo recipiente impiega $3 \times 3 = 9$ minuti a portarsi nella condizione iniziale del secondo.

B2. (7 punti) L'uguaglianza $25 \times 2 = 211$ è falsa, ma la puoi trasformare in un'uguaglianza corretta aggiungendo 1 ad alcune sue cifre e togliendo 1 alle altre. Scrivi questa nuova uguaglianza corretta, motivando.

Risposta: $34 \times 3 = 102$.

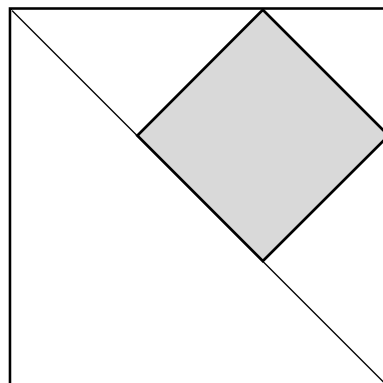
Soluzione. Per aver un numero di tre cifre bisogna aumentare di 1 tanto le decine del fattore 25 che le unità del fattore 2.

$35 \times 3 = 105$ mostra che bisogna anche diminuire di 1 le unità del fattore 25, diminuendo quindi di 1 le centinaia e le decine del risultato 211 e aumentando di 1 le unità sempre di 211: $34 \times 3 = 102$.

B3. (11 punti) Il quadrato piccolo in figura ha due vertici consecutivi su due lati consecutivi del quadrato grande e il lato opposto sulla sua diagonale. Se l'area del quadrato piccolo è 18, qual è l'area del quadrato grande?

Risposta: 81.

Soluzione. Tutti i triangoli rettangoli che compaiono in figura sono isosceli. Ciascuno dei due medi equivale a metà del quadrato piccolo mentre il piccolo equivale a $\frac{1}{4}$ di tale quadrato. Quindi metà quadrato grande equivale a $\frac{9}{4}$ del quadrato piccolo e l'intero quadrato grande è $\frac{9}{2}$ del piccolo.



B4. (14 punti) Hai un sacchetto di coriandoli e vorresti sapere quanti sono, almeno approssimativamente. Pensi di usare la seguente strategia:

- ne estrai 50 e li contraddistingui con un segno, quindi li rimetti nel sacchetto e mescoli tutti i coriandoli in modo che quelli che hai contrassegnato si possano distribuire uniformemente all'interno del sacchetto;
- ne estrai quindi 70 a caso e scopri che, fra questi 70, solo due sono stati contrassegnati da te.

Sulla base di questo esperimento, qual è un numero attendibile per i coriandoli contenuti nel sacchetto?

Risposta: 1750.

Soluzione. Se i coriandoli contrassegnati si sono distribuiti in modo uniforme all'interno del sacchetto e l'estrazione è stata completamente casuale, ci si deve attendere che il rapporto fra 50 e il numero totale dei coriandoli contenuti sia identico al rapporto tra 2 e il numero (70) dei coriandoli estratti la seconda volta.

B5. (18 punti) I numeri da 1 a 7 sono disposti in senso orario su una circonferenza. Puoi modificarli quante volte vuoi, ma ogni volta solo aggiungendo 1 a due numeri che si trovino in posizioni adiacenti. Spiega come è possibile, rispettando questa regola, arrivare ad avere sette numeri tutti uguali.

Soluzione. Si possono trasformare in {7,8} sia la coppia {1,2} con sei passaggi, sia la coppia {3,4} con quattro, sia la coppia {5,6} con due. A questo punto la disposizione è 7, 7, 8, 7, 8, 7, 8 che può diventare 8, 8, 8, 8, 9, 8, 9, poi 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10 e da qui tutti i numeri 9 possono essere portati a 10.

B6. (22 punti) Considera l'insieme dei numeri interi da 2 a 2021 inclusi. Vuoi levarne alcuni in modo che nessuno di quelli rimasti sia esprimibile come prodotto di due di quelli rimasti. Quanti ti basta levarne, al minimo?

Risposta: 43.

Soluzione. Osserviamo che $1980 = 44 \times 45 \leq 2021 \leq 45 \times 46 = 2070$. Allora, basta togliere i 43 interi da 2 a 44 inclusi, poiché i due più piccoli rimasti (diversi da 1) sono 45 e 46 e il loro prodotto supera 2021. D'altra parte, va rimosso almeno un numero per ciascuna delle seguenti 43 terne a coppie disgiunte

$$(2, 87, 2 \times 87), (3, 86, 3 \times 86), \dots, (44, 45, 44 \times 45).$$

Infatti la presenza anche di una sola di queste terne violerebbe la richiesta.