

Kangourou Italia
Gara del 21 marzo 2019
Categoria Student
Per studenti del triennio della
scuola secondaria di secondo grado

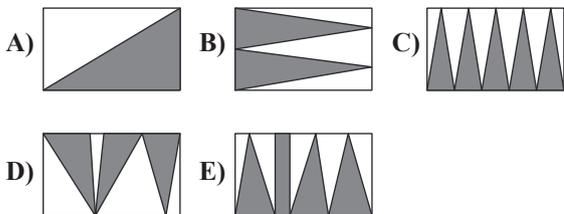


I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

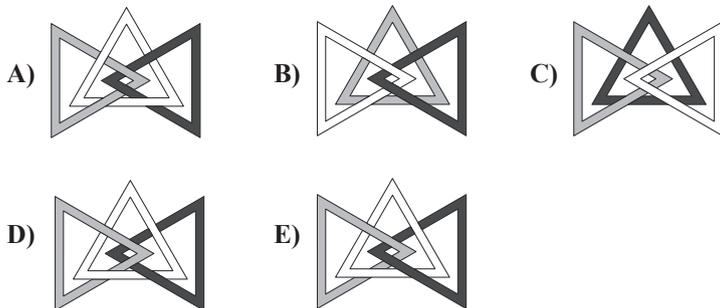
1. I numeri 1, 2, 3 e 4 vengono scritti uno per ogni cella di una tabella 2×2 . Se si calcolano le somme dei numeri scritti in ciascuna riga e quelle dei numeri scritti in ciascuna colonna, due dei valori ottenuti sono 4 e 5. Quali sono gli altri due?

- A) 6 e 6 B) 3 e 5 C) 4 e 5 D) 4 e 6 E) 5 e 6

2. Un rettangolo è stato parzialmente ombreggiato nei cinque modi elencati nelle figure. In quale dei disegni l'area della parte ombreggiata è massima?



3. Tre anelli di forma triangolare sono incatenati come in figura. Quale dei disegni sottostanti riporta i tre anelli incatenati nello stesso modo?

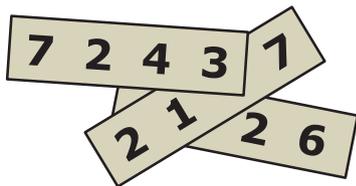


4. Quanti spigoli ha una piramide che ha 23 facce triangolari?

- A) 23 B) 24 C) 46 D) 48 E) 69



5. Tre numeri di 4 cifre sono stati scritti ciascuno su una targa. La figura mostra come sono sovrapposte le targhe e le cifre rimaste visibili. Si sa che la somma dei tre numeri vale 11126.



Quali sono le cifre nascoste?

- A) 1, 4 e 7. B) 3, 3 e 3. C) 4, 5 e 6.
D) 4, 5 e 7. E) Nessuna delle terne precedenti.

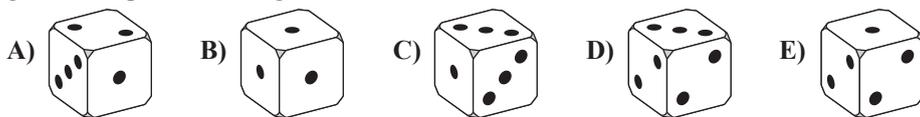
6. La data di oggi può essere scritta come 21/03/2019: le cifre 0, 1 e 2 sono state usate ciascuna due volte. Quale dei seguenti numeri denota il giorno in cui per l'ultima volta sono state usate cifre a due a due diverse?

- A) 30 B) 25 C) 29 D) 28 E) 31

7. Considera il più piccolo intero positivo la somma delle cui cifre vale 2019. Qual è la prima cifra significativa di tale numero (partendo da sinistra)?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. Le facce di un dado inusuale contengono solo 1, 2 o 3 punti; si sa che la probabilità che esca 1 è $1/2$ e che la probabilità che esca 2 è $1/3$. Quale delle immagini che seguono non posso vedere guardando tale dado?



STUDENT

9. Michele vuole definire una nuova operazione sui numeri reali ponendo $x * y = y - x$. Se a, b e c soddisfano l'uguaglianza $(a * b) * c = a * (b * c)$, quale delle uguaglianze seguenti deve essere vera?

- A) $a = b$ B) $b = c$ C) $a = c$ D) $a = 0$ E) $c = 0$

10. Quanti dei numeri interi da 2^{10} a 2^{13} , estremi inclusi, sono divisibili per 2^{10} ?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. La massima potenza di 3 che divide il numero $7! + 8! + 9!$ è

- A) 3^2 . B) 3^4 . C) 3^5 . D) 3^6 .

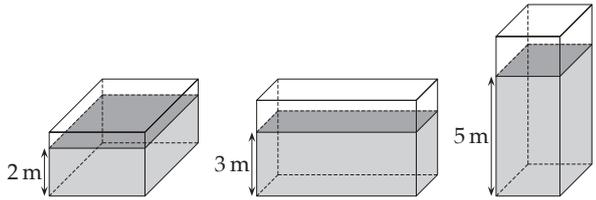
E) una potenza di 3 maggiore di 3^6 .

12. Nella mia classe, quest'anno, il numero dei ragazzi è aumentato esattamente del 20% mentre quello delle ragazze è diminuito esattamente del 20%: complessivamente ora c'è una persona in più dello scorso anno. Quale dei seguenti può essere attualmente il numero totale degli studenti (ragazzi e ragazze) della mia classe?

- A) 22 B) 26 C) 29 D) 31 E) 34



13. Un serbatoio con la forma di un parallelepipedo rettangolo contiene 120 m^3 di acqua, che lo riempiono solo parzialmente. A seconda della faccia del parallelepipedo che appoggia al suolo, l'altezza dell'acqua è di 2, 3 o 5 metri, come mostrato nelle figure, che non sono in scala. Di quanti metri cubi è il volume del serbatoio?



- A) 160 B) 180 C) 200 D) 220 E) 240

14. La polizia ha raccolto su un uomo le seguenti informazioni, parzialmente contraddittorie:

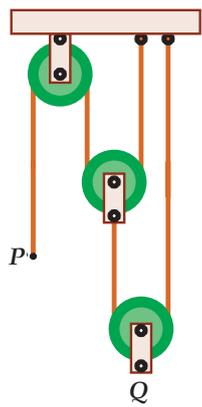
- ha 33 anni ed è alto 1,75;
- ha 31 anni ed è alto 1,90;
- ha 29 anni ed è alto 1,75;
- ha 29 anni ed è alto 1,70.

STUDENT

Successivamente si è appurato che, per esattamente tre di queste informazioni, uno e uno solo dei due dati è corretto. Allora si può essere certi che

- A) l'uomo ha 31 oppure 33 anni.
 B) l'uomo ha 29 oppure 33 anni.
 C) l'uomo ha 29 anni ed è alto meno di 1,70 oppure più di 1,90.
 D) l'uomo è alto 1,75 oppure 1,90.
 E) l'uomo è alto 1,75 oppure 1,70.

15. Il meccanismo mostrato in figura consiste di tre carrucole collegate tra loro da due corde in modo tale che le sezioni di corda tra una carrucola e l'altra siano verticali. Se l'estremità P della corda si sposta di 24 cm verso il basso, di quanti centimetri si muove verso l'alto il punto Q ?



- A) 24 B) 12 C) 8
 D) 6 E) 24/5

16. Abbiamo deciso di chiamare “buono” un intero positivo N se il suo più grande divisore (escluso N stesso) è $N - 6$. Quanti interi positivi “buoni” esistono?

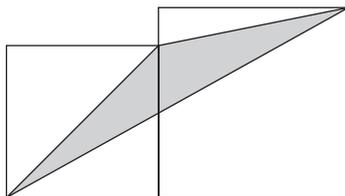
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) Infiniti



17. Maria e Giovanni, a turno, pescano una caramella da un sacchetto che contiene 4 caramelle al cioccolato e una alla frutta. Decidono che vince chi estrae la caramella alla frutta. Se Giovanni è il primo a pescare una caramella, qual è la probabilità che sia Maria a vincere?

- A) $2/5$ B) $3/5$ C) $1/2$ D) $5/6$ E) $1/3$

18. Due quadrati di lati rispettivamente a e b (con $a < b$) giacciono nello stesso piano e hanno in comune solo un vertice e i punti di uno dei lati del quadrato minore che esce da esso, come mostra la figura. Qual è l'area del triangolo ombreggiato in figura?



- A) \sqrt{ab} B) $a^2/2$ C) $b^2/2$
 D) $(a^2 + b^2)/4$ E) $(a^2 + b^2)/2$

19. Il più grande intero più piccolo di $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$ è

- A) 4. B) 5. C) 6. D) 20. E) 25

20. Per calcolare il valore di $\frac{a+b}{c}$, dove a , b e c sono tre interi positivi fissati, Giorgio digita nell'ordine sulla tastiera $a + b : c =$ ed ottiene come risultato 11. Successivamente prova a digitare $b + a : c =$ e, con sua sorpresa, ottiene 14. A questo punto capisce che il calcolatore è programmato per calcolare le divisioni prima delle somme. Se avesse digitato correttamente $\frac{a+b}{c}$ quale risultato avrebbe ottenuto?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

21. Se a è la somma di tutti i divisori (interi positivi) di 1024 e b è il loro prodotto, allora

- A) $(a - 1)^5 = b$. B) $(a + 1)^5 = b$. C) $a^5 = b$.
 D) $a^5 - 1 = b$. E) $a^5 + 1 = b$.

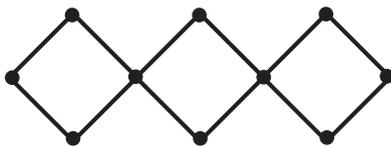
22. L'equazione $2 - |x| = ax$ ha esattamente due soluzioni distinte se e solo se

- A) $a \leq 1$. B) $-1 < a < 1$. C) $a \geq 1$.
 D) $a = 0$. E) $a = -1$ oppure $a = 1$.



23. I vertici del reticolo in figura sono stati numerati da 1 a 10, in modo che la somma S dei numeri nei quattro vertici di ciascun quadrato sia sempre la stessa. Qual è il minimo valore che può avere S ?

- A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22



24. Quanti piani distinti passano per almeno tre vertici di un cubo assegnato?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

25. Quattro rette passanti per l'origine e a due a due distinte intersecano la parabola di equazione $y = x^2 - 2$ determinando 8 punti tutti distinti tra loro. Quanto può valere il prodotto delle ascisse di questi 8 punti?

- A) Solo 16. B) Solo -16 . C) Solo 8. D) Solo -8 .
E) Può assumere più valori distinti.

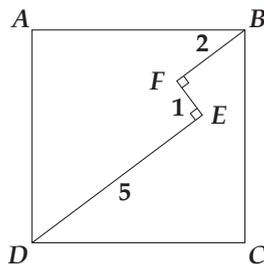
26. Quanti sono gli interi relativi z per i quali $|z^2 - 2z - 3|$ è un numero primo?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Infiniti

STUDENT

27. Nel quadrato $ABCD$ è stata tracciata una poligonale $DEFB$ con DE e FB perpendicolari a FE , come mostrato in figura. Se i segmenti DE , EF e FB sono lunghi rispettivamente 5, 1 e 2, qual è la lunghezza del lato del quadrato?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $7\sqrt{2}/2$ C) $11/2$
D) $5\sqrt{2}$ E) Nessuna di quelle indicate.



28. Il primo elemento a_1 della successione a_1, a_2, a_3, \dots è uguale a 49.

Per ogni $n > 1$, il numero a_{n+1} è il quadrato del numero ottenuto aggiungendo 1 alla somma delle cifre di a_n .

Ad esempio, $a_2 = (4 + 9 + 1)^2 = 196$. Quanto vale a_{2019} ?

- A) 121 B) 25 C) 64 D) 400 E) 49

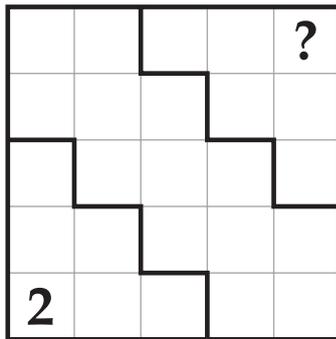
29. Nell'insieme $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ vengono scelti a caso tre numeri, a due a due distinti. Qual è la probabilità che uno di essi sia la media aritmetica degli altri due?

- A) $1/10$ B) $1/6$ C) $1/4$ D) $1/3$ E) $1/2$



30. In ogni casella del quadrato in figura deve essere inserito un numero (e uno solo) in modo che ogni riga ed ogni colonna contenga una ed una sola volta ciascuno dei numeri 1, 2, 3, 4 e 5 e che la somma dei numeri contenuti in ognuna delle tre regioni in cui il quadrato è suddiviso dalle poligonali in grassetto sia sempre la stessa. Che numero va inserito nella casella nell'angolo in alto a destra?

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) 5



STUDENT



E	E	D	C	E	B	B	C	D	D	D	B	E	D	D	C	A	B	A	E	B	B	C	E	A	D	E	C	B	C
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---