

Semifinale individuale Junior

Quesiti a risposta chiusa

1. (Punti 2) Qual è il risultato dell'espressione $\frac{(7^{2019})^2 - (7^{2017})^2}{(7^{2018})^2 - (7^{2016})^2}$?

A) 1 B) $7/4$ C) 7 D) 14 E) 49

2. (Punti 3) I vertici di un rettangolo, nominati in senso orario, sono A, B, C, D . Il lato AB è lungo 15 e il lato BC è lungo 20. Il rettangolo ruota, sempre in senso orario e sempre di 90 gradi, dapprima attorno al vertice C , poi attorno al vertice D (nella nuova posizione in cui si è venuto a trovare). Qual è il numero intero più vicino alla lunghezza del tragitto percorso dal vertice A nelle due rotazioni?

A) 78 B) 79 C) 70 D) 71 E) Un numero diverso dai precedenti

3. (Punti 3) Quanti dei seguenti cinque numeri interi
 $a = 2^{100} + 2^{102}$, $b = 3^{100} + 3^{102}$, $c = 5^{100} - 5^{99}$, $d = 3^{99} + 7^{99}$, $e = 3^{98} + 1$
sono multipli di 10?

A) Uno solo B) 2 C) 3 D) 4 E) Tutti

4. (Punti 4) Scegliendo a caso un numero intero palindromo di quattro cifre significative, qual è la probabilità che sia divisibile per 7?

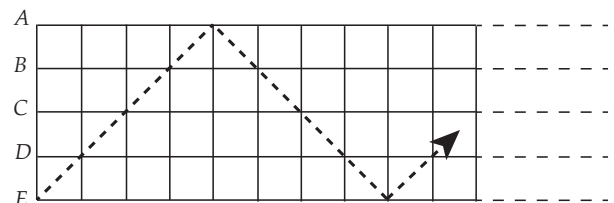
A) $1/9$ B) $1/8$ C) $1/7$ D) $1/6$ E) $1/5$

5. (Punti 4) Tagliando un cubo con un piano che passa per due dei suoi vertici opposti e per i punti medi di due spigoli opposti che non contengano tali vertici si ottiene un quadrilatero la cui area, in centimetri quadrati, è espressa da un numero intero. Quale dei seguenti numeri può esprimere la lunghezza, in centimetri, degli spigoli del cubo?

A) 1 B) $\sqrt{8}$ C) $\sqrt{12}$ D) $\sqrt{27}$ E) Nessuno

6. (Punti 4) In figura A, B, C, D ed E denotano (partendo dall'alto) i 5 punti di contatto tra il bordo verticale sinistro di una griglia rettangolare 4×2019 e i segmenti orizzontali che delimitano le celle quadrate di tale griglia. Una pallina (punti-forme!) viene lanciata dal punto E verso l'interno della griglia con un angolo di 45 gradi (rispetto ai lati della griglia) e rimbalza regolarmente ogni volta che colpisce i bordi della griglia: la figura ti suggerisce la traiettoria iniziale della pallina. Quando la pallina ritorna per la prima volta a colpire il bordo sinistro della griglia, in quale punto lo colpisce?

A) A B) B C) C D) D E) E



7. (Punti 5) Di un intero positivo N si sa che l'intero $3 \times N$ ha esattamente 4 divisori e l'intero $5 \times N$ ha esattamente 6 divisori. Qual è la cifra delle centinaia del numero $2019 \times N$?
Nota: tra i divisori di un numero sono compresi 1 e il numero stesso.

A) 1 B) 3 C) 8 D) 9 E) Non è possibile stabilirlo

8. (Punti 5) I numeri interi da 1 a 17 inclusi sono stati allineati in modo che la somma di due numeri consecutivi sia sempre un quadrato perfetto (e ovviamente nell'allineamento ognuno compaia una e una sola volta). Che numero si trova nel posto centrale dell'allineamento?

A) 3 B) 4 C) 14 D) 13 E) 12

9. (Punti 6) Quante somme tutte diverse fra loro si possono ottenere sommando al minimo due interi e al massimo nove interi, ciascuno dei quali sia o 3 o 5, se si vuole che non vi siano più di sei addendi uguali a 3 e più di tre addendi uguali a 5?

- A) 23 B) 25 C) 28 D) 26 E) 27

Quesiti a risposta aperta

10. (Punti 4) Quanti sono i numeri interi positivi n di tre cifre significative tali che la cifra delle decine di n sia la metà di quella delle unità e i fattori primi di n abbiano tutti la stessa parità?

11. (Punti 5) Alla notazione (decimale) di un numero intero positivo N ho aggiunto una cifra a destra: così facendo ho ottenuto un numero (con una cifra in più di quelle di N) che è k volte N , con k intero. Quanto può valere al massimo k ?

12. (Punti 5) Una sequenza di 6 numeri interi inizia con 6 e termina con 192 ed è costruita in modo che ogni numero intermedio sia la radice quadrata del prodotto del numero che lo precede e di quello che lo segue. Quanto vale il quarto numero?

13. (Punti 6) In ogni parallelepipedo rettangolo i centri delle sei facce sono i vertici di un ottaedro. Se le misure degli spigoli del parallelepipedo sono espresse ciascuna da un numero intero di centimetri e il volume dell'ottaedro vale 150 cm^3 , quanto può valere al massimo la somma delle misure degli spigoli del parallelepipedo?

14. (Punti 6) In Kanglandia si è tenuto un referendum. In due cittadine, A di 8.400 votanti e B di 6.900 votanti, subito dopo il voto è stato chiesto ad ogni votante come avesse votato: in entrambe le cittadine metà delle risposte ottenute è stata "SI" e metà è stata "NO". A spoglio avvenuto, però, è risultato che in A ha vinto il "SI" con il 70% dei voti mentre in B ha vinto il "NO" sempre con il 70% dei voti. Se, compatibilmente con i risultati ottenuti, in A ha mentito il minor numero possibile di votanti e in B il massimo, quanti votanti hanno mentito complessivamente nelle due città?

15. (Punti 6) Ci sono due macchine cambia-gettoni: una fornisce tre gettoni rossi per uno bianco, l'altra cinque gettoni bianchi per uno rosso. Parto con soli 4 gettoni bianchi: qual è il più piccolo numero di scambi che mi consente di arrivare ad avere una quantità di gettoni rossi doppia di quella di gettoni bianchi?

16. (Punti 7) La squadra dei Canguri e quella delle Giraffe si sono affrontate in una partita di pallacanestro. La partita è durata quattro tempi: al termine del primo le squadre erano in parità, ma alla fine i Canguri hanno vinto con un punto di scarto. I punteggi dei Canguri, singolarmente considerati nei quattro tempi, sono in progressione geometrica, mentre quelli delle Giraffe in progressione aritmetica. Qual è il minimo valore possibile per il punteggio totalizzato alla fine della partita dalle Giraffe?

17. (Punti 7) In una griglia a celle quadrate 6×2019 diciamo che due celle sono adiacenti se condividono un lato. Si vogliono annerire alcune celle in modo che

- ogni cella rimasta bianca sia adiacente a qualche cella annerita;
- comunque scelte due celle annerite, esse siano collegabili mediante una sequenza ordinata di celle annerite che parta con una delle due e termini con l'altra, ognuna (tranne l'ultima della sequenza) adiacente alla successiva.

Qual è il più piccolo numero di celle che basta annerire per ottenere lo scopo?

18. (Punti 8) Enrica aveva un righello con più di cinque tacche, numerate in sequenza: accidentalmente lo ha spezzato in due parti con il punto di rottura a cavallo fra due tacche. Casualmente, la somma dei numeri presenti sulle due parti è la stessa. Quanto deve valere al minimo la somma dei numeri che denotano le due tacche a cavallo delle quali si è rotto il righello?

E	D	E	E	E	C	A	E	A	0001	0019	0048	0902	7200	0008	0074	4040	0029
---	---	---	---	---	---	---	---	---	------	------	------	------	------	------	------	------	------