Kangourou della Matematica 2018
Coppa Ecolier a squadre
Finale
Cervia, 5 maggio 2018

Quesiti

1. Un gruppo numeroso

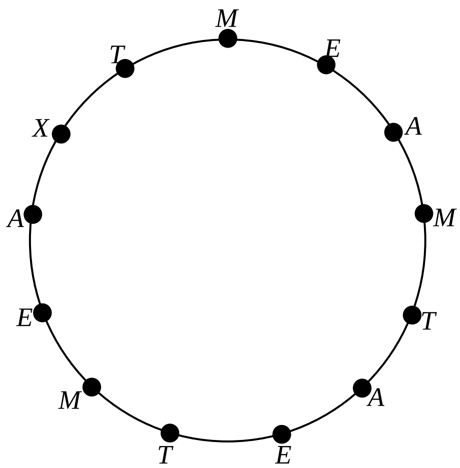
Oggi, in un gruppo di 24 studenti, i ragazzi sono il doppio delle ragazze. Domani entreranno nel gruppo altri due ragazzi. Dopo il loro ingresso, quante ragazze dovranno aggiungersi al gruppo se si vuole che le ragazze diventino il doppio dei ragazzi?

2. Il castello degli spettri

Una delle attrazioni di un parco dei divertimenti è il Castello degli spettri: per farne il giro bisogna prendere un vagoncino a due posti; ne passa uno ogni 2 minuti e il giro completo dura 26 minuti. Un gruppo di 12 amici si presenta alla partenza alle 11:40 e subito parte la prima coppia. Se tutti salgono sui vagoncini a coppie e senza perdere nessun vagoncino, a che ora esce dal castello l'ultima coppia? *Per dare la risposta scrivete di fila le ore e i minuti; ad es. 11:40 si scrive 1140.*

3. MATE

Ho segnato su una circonferenza 13 punti, ognuno denotato da una lettera. Partendo dal punto in alto denotato dalla lettera M e leggendo le etichette dei punti un punto sì e un punto no faccio diversi giri completi, in verso orario, intorno alla circonferenza finché non ho letto la parola *MATE* per 2018 volte: qui mi fermo. Quante volte ho fatto un giro completo della circonferenza?



4. La somma

A, B, C e D sono quattro cifre diverse fra loro che rendono corretta l'addizione:

$$\begin{array}{r} A\,B\,B\,+ \\ A\,B\,B\,= \\ \hline C\,D\,B\,A \end{array}$$

Che numero è $C\,D\,B\,A$?

5. Dal panettiere

Tre amiche sono dal panettiere: Alda spende 18 euro per 10 pizzette, 4 tortine e un'aranciata, Bianca spende 13,50 euro per 7 pizzette, 3 tortine e un'aranciata. Quanti centesimi di euro spende Carla per una pizzetta, una tortina e un'aranciata?

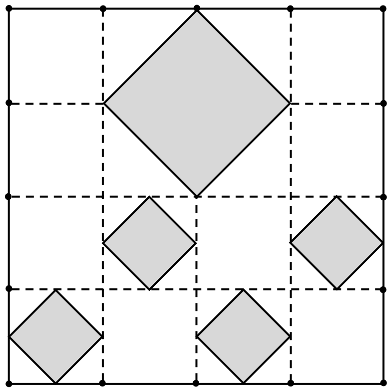
6. I bugiardi

In uno stadio ci sono 2817 persone. Ognuna è un bugiardo (mente sempre) oppure un sincero (dice sempre la verità). A una a una 2816 escono dallo stadio dicendo "Nello stadio sono rimasti più bugiardi che sinceri". Quanti sinceri c'erano inizialmente nello stadio?

7. Il basket
Tre squadre di basket hanno giocato tra loro alcune partite di allenamento. La squadra *A* ha giocato 11 partite, la *B* ha giocato 9 partite e la *C* ha giocato 12 partite. Quante volte le squadre *A* e *C* hanno giocato insieme?

8. L'indovino
Un indovino è stato chiamato a corte per fare ogni sera le previsioni del tempo per il giorno dopo. La mattina seguente il re, se ha indovinato, gli regala 4 monete d'oro, se ha sbagliato lo tassa di 3 monete d'oro. La mattina dopo la trentacinquesima previsione il re licenzia l'indovino. L'indovino scopre che in questo gioco di premi e tasse non ci ha perso né guadagnato. Quante volte ha indovinato?

9. Numeri di 3 cifre
Caterina scrive i numeri di tre cifre che sono multipli sia di 3, sia di 7, sia di 11 e poi li somma. Che numero ottiene?



10. Il giardino
Un giardino quadrato contiene cinque aiuole quadrate (di cui quattro uguali tra loro) disposte come ti indicano i quadrati grigi nella figura (i vertici di ogni aiuola stanno esattamente sulle linee orizzontali e verticali). Se la somma delle aree delle aiuole è 25 metri quadrati, quanti metri misura il perimetro del giardino?

11. La sequenza di Clara
Alice ha scritto la sequenza di lettere *ABCAABBCCAAABBBCCC*. Biagio ha riscritto la sequenza di Alice sostituendo a ogni lettera *A* la coppia di lettere *BB*. Infine Clara ha riscritto la sequenza di Biagio sostituendo a ogni lettera *B* la terna di lettere *CCC*. Quante lettere ci sono nella sequenza di Clara?

12. I cubi
Diciamo che un numero naturale *A* diverso da zero è un cubo se c'è un altro numero naturale *B* tale che $A = B \times B \times B$: ad esempio 8 è un cubo. Qual è il più piccolo numero che sia un cubo e sia somma di tre cubi?

13. I numeri di Bice
Bice ama solo i numeri di 4 cifre che soddisfano entrambe queste proprietà:
- nel numero non compaiono cifre diverse da 1, 2 o 3
- non ci sono due cifre adiacenti uguali

Quanti numeri di 4 cifre ama Bice?

14. I rettangoli
Elena vuole disegnare tre rettangoli su un foglio a quadretti, ciascuno dei quali abbia i lati sulle righe che delimitano i quadretti e nessuno dei quali tocchi il bordo del foglio. Qual è il massimo numero di parti in cui i rettangoli potranno suddividere la pagina?

15. I resti
Il resto della divisione per 5 di quattro numeri interi positivi è uno stesso numero diverso da zero. Qual è il resto della divisione per 5 del prodotto di questi quattro numeri? *Scrivete 9999 se non trovate una sola risposta.*

Kangourou della Matematica 2018
Coppa Ecolier a squadre
Finale
Cervia, 5 maggio 2018

Quesiti e svolgimenti

1. Un gruppo numeroso

Oggi, in un gruppo di 24 studenti, i ragazzi sono il doppio delle ragazze. Domani entreranno nel gruppo altri due ragazzi. Dopo il loro ingresso, quante ragazze dovranno aggiungersi al gruppo se si vuole che le ragazze diventino il doppio dei ragazzi?

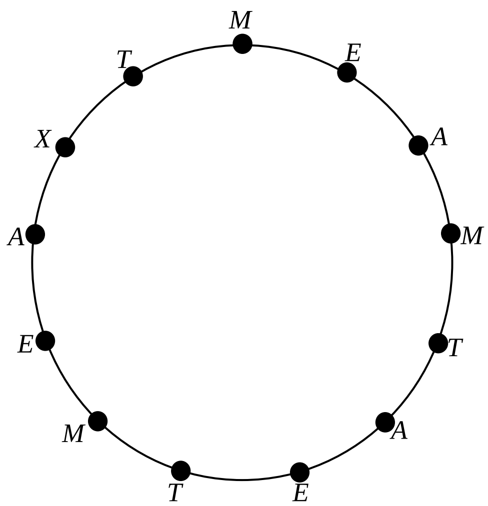
Risposta: 0028.
Soluzione. Oggi i ragazzi sono 16; se vogliamo che le ragazze siano 36, se ne devono aggiungere 36 – 8.

2. Il castello degli spettri

Una delle attrazioni di un parco dei divertimenti è il Castello degli spettri: per farne il giro bisogna prendere un vagoncino a due posti; ne passa uno ogni 2 minuti e il giro completo dura 26 minuti. Un gruppo di 12 amici si presenta alla partenza alle 11:40 e subito parte la prima coppia. Se tutti salgono sui vagoncini a coppie e senza perdere nessun vagoncino, a che ora esce dal castello l'ultima coppia? *Per dare la risposta scrivete di fila le ore e i minuti; ad es. 11:40 si scrive 1140.*

Risposta: 1216.
Soluzione. Servono 10+26=36 minuti e quindi l'ultima coppia esce alle 12:16.

3. MATE



Ho segnato su una circonferenza 13 punti, ognuno denotato da una lettera. Partendo dal punto in alto denotato dalla lettera *M* e leggendo le etichette dei punti un punto sì e un punto no faccio diversi giri completi, in verso orario, intorno alla circonferenza finché non ho letto la parola *MATE* per 2018 volte: qui mi fermo. Quante volte ho fatto un giro completo della circonferenza?

Risposta: 1345.
Soluzione. Leggo la parola *MATE* 3 volte ogni due giri (e alla fine del secondo ricomincio la conta daccapo); 2018=3×672+2; quindi mi servono 1344 giri per leggerla 2016 volte; con un ulteriore giro riesco a leggere *MATEMAT* e subito dopo aver concluso il giro concludo la lettura della 2018-ma parola.

4. La somma

A, B, C e D sono quattro cifre diverse fra loro che rendono corretta l'addizione:

$$\begin{array}{r} A\,B\,B\,+ \\ \underline{A\,B\,B\,=} \\ C\,D\,B\,A \end{array}$$

Che numero è $C\,D\,B\,A$?

Risposta: 1798.
Soluzione. Guardo le cifre delle unità: B non può valere 0 (altrimenti coinciderebbe con A). Guardo le cifre delle decine: la loro somma è diversa dalla somma (identica) delle cifre delle unità: quindi deve esserci un riporto (di uno) dalla somma delle unità e devo avere $B + B + 1 = 10 + B$, da cui $B = 9$. Ne segue $A = 8$.

5. Dal panettiere

Tre amiche sono dal panettiere: Alda spende 18 euro per 10 pizzette, 4 tortine e un'aranciata, Bianca spende 13,50 euro per 7 pizzette, 3 tortine e un'aranciata. Quanti centesimi di euro spende Carla per una pizzetta, una tortina e un'aranciata?

Risposta: 0450.
Soluzione. 3 pizzette e una tortina costano 4,50 euro, cioè 9 pizzette e 3 tortine costano 13,50 euro; allora un'aranciata costa come due pizzette: quindi una tortina, un'aranciata e una pizzetta, costano 4,50 euro.

6. I bugiardi

In uno stadio ci sono 2817 persone. Ognuna è un bugiardo (mente sempre) oppure un sincero (dice sempre la verità). A una a una 2816 escono dallo stadio dicendo "Nello stadio sono rimasti più bugiardi che sinceri". Quanti sinceri c'erano inizialmente nello stadio?

Risposta: 1408.
Soluzione. Palesemente qualcuno mente. Osservo che se nello stadio è rimasto un numero pari di persone la frase può essere detta da un bugiardo solo se i bugiardi sono in numero non superiore ai sinceri mentre frase può essere detta da un sincero solo se i bugiardi sono almeno 2 più dei sinceri (dato che i restanti sono in numero pari). Partiamo da chi esce per 2815-esimo. Se fosse un sincero dovrebbero essere rimasti due bugiardi; ma in tal caso il penultimo non mentirebbe; quindi il 2815-esimo è un bugiardo e quelli rimasti non possono essere entrambi sinceri; quindi lo è il 2816 e non l'ultimo. Il 2814-esimo è un sincero (dopo di lui restano due bugiardi e un sincero) e quindi chi lo precede è un bugiardo. E così via. Quindi i sinceri erano (2817 – 1) :2.

7. Il basket

Tre squadre di basket hanno giocato tra loro alcune partite di allenamento. La squadra A ha giocato 11 partite, la B ha giocato 9 partite e la C ha giocato 12 partite. Quante volte le squadre A e C hanno giocato insieme?

Risposta: 0007
Soluzione. Le tre partite che C ha giocato in più rispetto a B devono essere partite giocate con A; quindi A ha giocato con B (11 – 3) : 2 =4 partite e 7 partite con C.

8. L’indovino

Un indovino è stato chiamato a corte per fare ogni sera le previsioni del tempo per il giorno dopo. La mattina seguente il re, se ha indovinato, gli regala 4 monete d’oro, se ha sbagliato lo tassa di 3 monete d’oro. La mattina dopo la trentacinquesima previsione il re licenzia l’indovino. L’indovino scopre che in questo gioco di premi e tasse non ci ha perso né guadagnato. Quante volte ha indovinato?

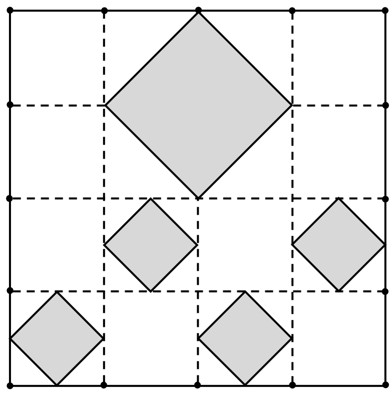
Risposta: 0015
Soluzione. Se avesse indovinato sempre avrebbe guadagnato 140 monete d’oro; ogni volta che non ha indovinato, di queste 140 ne ha perse 4 per mancato premio e 3 per punizione, cioè 7; quindi ha fallito 20 volte.

9. Numeri di 3 cifre

Caterina scrive i numeri di tre cifre che sono multipli sia di 3, sia di 7, sia di 11 e poi li somma. Che numero ottiene?

Risposta: 2310.
Soluzione. I multipli di tre cifre di 3, 7 e 11 sono 231, 462, 693, 924.

10. Il giardino



Un giardino quadrato contiene cinque aiuole quadrate (di cui quattro uguali tra loro) disposte come ti indicano i quadrati grigi nella figura (i vertici di ogni aiuola stanno esattamente sulle linee orizzontali e verticali). Se la somma delle aree delle aiuole è 25 metri quadrati, quanti metri misura il perimetro del giardino?

Risposta: 0040
Soluzione. Ogni aiuola piccola ha area metà di uno dei 16 quadrati in cui le linee tratteggiate dividono il giardino, mentre quella grande ha area metà di un quadrato formato da 4 di tali quadrati: quindi la somma delle aree delle aiuole è la quarta parte (16:4) dell’area totale, che risulta quindi di 100 metri quadrati e quindi ogni lato del quadrato è di 10 m.

11. La sequenza di Clara

Alice ha scritto la sequenza di lettere *ABCAABBCCAAABBBCCC*. Biagio ha riscritto la sequenza di Alice sostituendo a ogni lettera *A* la coppia di lettere *BB*. Infine Clara ha riscritto la sequenza di Biagio sostituendo a ogni lettera *B* la terna di lettere *CCC*. Quante lettere ci sono nella sequenza di Clara?

Risposta: 0060.
Soluzione. La parola di Alice ha 6×3=18 lettere. Quella di Biagio ne ha 6 di più e di queste le lettere B sono 18. Quindi la parola di Clara ha 18×3+6=60 lettere.

12. I cubi

Diciamo che un numero naturale *A* diverso da zero è un cubo se c’è un altro numero naturale *B* tale che $A = B \times B \times B$: ad esempio 8 è un cubo. Qual è il più piccolo numero che sia un cubo e sia somma di tre cubi?

Risposta: 0216.
Soluzione. Con pochissimi tentativi: 27 + 64 + 125.

13. I numeri di Bice

Bice ama solo i numeri di 4 cifre che soddisfano entrambe queste proprietà:

- nel numero non compaiono cifre diverse da 1, 2 o 3
- non ci sono due cifre adiacenti uguali

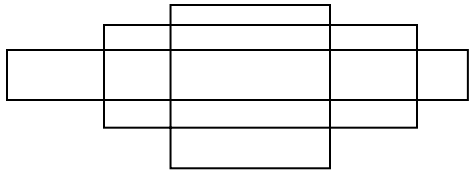
Quanti numeri di 4 cifre ama Bice?

Risposta: 0024.
Soluzione. Possono esserci 3 cifre diverse: *x, y, z*, oppure solo due: *x, y*. Nel primo caso lo schema è *xyzx*, oppure *xyxz*, oppure *yxzx*, e facendo variare in tutti i modi possibili i valori di *x, y, z* si hanno 6×3=18 casi. Nel secondo caso c'è un solo schema *xyxy* e quindi 6 casi.

14. I rettangoli

Elena vuole disegnare tre rettangoli su un foglio a quadretti, ciascuno dei quali abbia i lati sulle righe che delimitano i quadretti e nessuno dei quali tocchi il bordo del foglio. Qual è il massimo numero di parti in cui i rettangoli potranno suddividere la pagina?

Risposta: 0014.
Soluzione. Tredici parti rettangolari e la parte esterna.



15. I resti

Il resto della divisione per 5 di quattro numeri interi positivi è uno stesso numero diverso da zero. Qual è il resto della divisione per 5 del prodotto di questi quattro numeri? *Scrivete 9999 se non trovate una sola risposta.*

Risposta: 0001
Soluzione. I quattro numeri possono avere resto 1, 2, 3, 4; il resto nella divisione per 5 del loro prodotto è il resto nella divisione per 5 del prodotto del resto per sé stesso 4 volte: 1×1×1×1=1, 2×2×2×2=16, dà resto 1; 3×3×3×3=81 dà resto 1; 4×4×4×4=256 dà resto 1.