



Kangourou della Matematica 2017  
finale nazionale italiana  
Cervia, 30 settembre 2017



**LIVELLO ECOLIER**

Tutte le risposte devono essere giustificate

- E1. (5 punti)** Su ogni pagina di un libro delle vacanze (comprese quelle di copertina) c'è un gioco o un disegno o un racconto o un problema. Prima vengono tutti i giochi, poi tutti i disegni, poi tutti i racconti e infine i problemi: il numero dei giochi è uguale a quello dei disegni che è uguale a quello dei racconti che è uguale a quello dei problemi. Il 30 agosto Luca ha letto il racconto che è a pagina 48 e ha svolto il problema che è a pagina 49. Quante pagine ha il libro?
- E2. (7 punti)** Su un foglio a quadretti, Anna ha disegnato un quadrato che ha i lati su alcune delle rette che formano la quadrettatura; poi ha colorato i quadretti che hanno due vertici su almeno una delle due diagonali del quadrato. Se ha colorato 35 quadretti, quanti quadretti sono racchiusi nel quadrato?
- E3. (11 punti)** Un padre di 68 anni ha due figli di 37 e 42 anni. Quanti anni fa la somma delle età dei due figli era uguale all'età del padre?
- E4. (14 punti)** Un amico ti invita a giocare a dadi nel modo seguente. Tu e lui lanciate più volte due dadi identici non truccati, con le facce numerate, come al solito, da 1 a 6 e calcolate la somma dei punti ottenuti. Se la somma è 9 vince uno di voi due, se la somma è 10 vince l'altro, se la somma è diversa da 9 e da 10 non vince nessuno dei due. Ti lascia scegliere, fra 9 e 10, la somma che ti fa vincere, tenendo per sé quella delle due che non hai scelto. Quale ti conviene scegliere e perché?
- E5. (18 punti)** Lucilla ha diverse caramelle: 6 alla menta, 7 al limone, 8 all'arancia e 11 alla fragola. Vuole regalarne 3 a ciascuno di alcuni suoi amici, ma ogni amico chiede di avere caramelle tutte di gusti diversi fra loro. Tenendo conto del desiderio degli amici, quanti amici può accontentare, al massimo? Per motivare la tua risposta, devi indicare come Lucilla può distribuire le caramelle ai vari amici che può accontentare.
- E6. (22 punti)** Le lancette dell'orologio della chiesa si muovono in modo continuo, dunque non a scatti. Lo sto guardando: segna le 9 esatte. Quanti minuti interi saranno passati quando, per la prima volta, la lancetta dei minuti supererà quella delle ore?



## LIVELLO ECOLIER

### Tutte le risposte devono essere giustificate

**E1. (5 punti)** Su ogni pagina di un libro delle vacanze (comprese quelle di copertina) c'è un gioco o un disegno o un racconto o un problema. Prima vengono tutti i giochi, poi tutti i disegni, poi tutti i racconti e infine i problemi: il numero dei giochi è uguale a quello dei disegni che è uguale a quello dei racconti che è uguale a quello dei problemi. Il 30 agosto Luca ha letto il racconto che è a pagina 48 e ha svolto il problema che è a pagina 49. Quante pagine ha il libro?

**Risposta: 64.**

**Soluzione.** Dal momento che sono in pagine consecutive, Luca ha letto l'ultimo racconto e ha svolto il primo problema. Ogni tipologia ammette lo stesso numero di titoli: allora per ogni tipologia ci sono  $48 : 3 = 16$  titoli.

**E2. (7 punti)** Su un foglio a quadretti, Anna ha disegnato un quadrato che ha i lati su alcune delle rette che formano la quadrettatura; poi ha colorato i quadretti che hanno due vertici su almeno una delle due diagonali del quadrato. Se ha colorato 35 quadretti, quanti quadretti sono racchiusi nel quadrato?

**Risposta: Non è possibile che Anna abbia fatto quanto è descritto nel testo.**

**Soluzione.** Infatti il numero di quadretti su ogni diagonale è uguale al numero di quadretti su ogni lato. Se il numero di quadretti sul lato del quadrato fosse pari, il numero di quadretti sulla coppia di diagonali dovrebbe essere divisibile per 4, ma 35 non lo è; d'altra parte se il numero di quadretti sul lato del quadrato fosse dispari il quadretto centrale apparterrebbe a entrambe le diagonali e il numero di quadretti sul lato del quadrato dovrebbe essere  $(35 + 1) : 2 = 18$  che è un numero pari: impossibile!

**E3. (11 punti)** Un padre di 68 anni ha due figli di 37 e 42 anni. Quanti anni fa la somma delle età dei due figli era uguale all'età del padre?

**Risposta: 11 anni fa.**

**Soluzione.** Il padre ha avuto i due figli a 26 e 31 anni; quindi quando il primo figlio aveva 31 anni, la somma delle età dei due figli  $31+26 = 57$  era esattamente l'età del padre.

**E4. (14 punti)** Un amico ti invita a giocare a dadi nel modo seguente. Tu e lui lanciate più volte due dadi identici non truccati, con le facce numerate, come al solito, da 1 a 6 e calcolate la somma dei punti ottenuti. Se la somma è 9 vince uno di voi due, se la somma è 10 vince l'altro, se la somma è diversa da 9 e da 10 non vince nessuno dei due. Ti lascia scegliere, fra 9

e 10, la somma che ti fa vincere, tenendo per sé quella delle due che non hai scelto. Quale ti conviene scegliere e perché?

**Risposta: 9.**

**Soluzione.** Chiamiamo A un dado e B l'altro. Una coppia (non ordinata, l'ordine degli addendi è inessenziale per la somma) di numeri  $x$  e  $y$  diversi è ottenibile sia quando A fornisce  $x$  e B fornisce  $y$ , sia quando accade l'inverso: allora una tale coppia  $\{x, y\}$  ha probabilità doppia di presentarsi rispetto ad una coppia  $\{x, x\}$  (ottenibile solo quando sia A sia B forniscono  $x$ ). 9 è realizzabile solo come  $6 + 3$  o  $5 + 4$ , 10 è realizzabile solo come  $6 + 4$  o  $5 + 5$ .

**E5. (18 punti)** Lucilla ha diverse caramelle: 6 alla menta, 7 al limone, 8 all'arancia e 11 alla fragola. Vuole regalarne 3 a ciascuno di alcuni suoi amici, ma ogni amico chiede di avere caramelle tutte di gusti diversi fra loro. Tenendo conto del desiderio degli amici, quanti amici può accontentare, al massimo? Per motivare la tua risposta, devi indicare come Lucilla può distribuire le caramelle ai vari amici che può accontentare.

**Risposta: 10.**

**Soluzione.** Lucilla ha complessivamente 32 caramelle: non può dunque regalarne più di 10 terne. In effetti riesce a formare 10 terne di caramelle, ogni terna con gusti diversi fra loro, ad esempio nel modo seguente (di ogni gusto sono riportate le iniziali):

3 terne  $\{m, a, f\}$ ,

2 terne  $\{m, l, f\}$ ,

4 terne  $\{l, a, f\}$ ,

1 terna  $\{m, l, a\}$ .

**E6. (22 punti)** Le lancette dell'orologio della chiesa si muovono in modo continuo, dunque non a scatti. Lo sto guardando: segna le 9 esatte. Quanti minuti interi saranno passati quando, per la prima volta, la lancetta dei minuti supererà quella delle ore?

**Risposta: 49.**

**Soluzione.** Ogni intervallo tra due ore consecutive è diviso da quattro tacche in cinque parti, corrispondenti al tempo di un minuto per la lancetta dei minuti e a 12 minuti per la lancetta delle ore. Nel momento in cui la lancetta dei minuti arriva sulla terza tacca, quella delle ore arriva sulla quarta tacca (sono le 9.48); quando la lancetta dei minuti arriva sulla quarta tacca (sono le 9.49), quella delle ore ha già superato la quarta tacca; quando la lancetta dei minuti arriva sul numero 10 (quinta tacca), la lancetta delle ore deve ancora arrivarci (sono le 9.50), dunque la lancetta dei minuti ha già sorpassato quella delle ore. Il sorpasso avviene quindi tra la quarta e la quinta tacca: dopo 49 minuti interi, ma prima di 50.