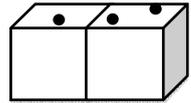




LIVELLO ÉCOLIER

E1. (5 punti) Un pastore ha 7 mucche, 8 pecore e 6 capre. Quante capre deve comprare se vuole che la metà dei suoi animali siano capre?

E2. (7 punti) In figura vedi due dadi accostati: sulle loro facce superiori appaiono i punti 1 e 2. Ti diciamo che il numero dei punti presenti sulle due facce che combaciano (cioè che sono una contro l'altra) è lo stesso per le due facce. Che cosa puoi dire su questo numero? (Ricorda che, per qualunque dado, la somma dei numeri dei punti presenti su facce opposte è sempre 7.)



E3. (11 punti) Ad una esibizione di danza partecipano 4 ragazzi di nomi A, B, C e D e 6 ragazze di nomi R, S, T, U, V e Z che danzano a turno in coppie, un ragazzo e una ragazza. In ogni turno danzano 4 coppie e, dopo ogni turno, ogni coppia può sciogliersi per andare a formare nuove coppie nel turno successivo oppure riposare. Quanti turni di danza occorre che vengano effettuati affinché ogni ragazzo abbia danzato, almeno una volta, con ogni ragazza? Indica quali devono essere le coppie nei vari turni per rendere il numero dei turni il più piccolo possibile.

E4. (14 punti) In una partita di calcio, alla squadra vincente spettano 3 punti e a quella perdente 0 punti; se la partita termina in parità, ad entrambe le squadre spetta 1 punto. Tre squadre disputano un mini-torneo in campo neutro: ciascuna gioca una volta contro ognuna delle altre. Ti chiediamo di rispondere a queste due domande.

- Se, alla fine del torneo, tutte le squadre hanno lo stesso numero di punti, quale può essere questo numero?
- Dei seguenti punteggi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, quali non possono essere realizzati da alcuna squadra alla fine del torneo?

E5. (18 punti) In una casetta nel bosco ci sono 15 piattini in fila: sul primo c'è 1 noce, sul secondo ci sono 2 noci, sul terzo 3 e così via fino al quindicesimo piattino su cui ci sono 15 noci. Ogni tanto uno scoiattolo entra nella casetta, sceglie alcuni piattini e mangia delle noci prendendone lo stesso numero da ognuno dei piattini scelti. Se fa quattro visite alla casetta, può riuscire a mangiare tutte le noci?

E6. (22 punti) Aldo, Bruno, Carlo e Dario hanno fatto le seguenti affermazioni.

Aldo: "La somma di tre numeri interi consecutivi è sempre divisibile per 2".

Bruno: "La somma di tre numeri interi consecutivi non è mai divisibile per 2".

Carlo: "La somma di tre numeri interi consecutivi è sempre divisibile per 3".

Dario: "La somma di tre numeri interi consecutivi non è mai divisibile per 7".

Chi ha ragione e chi ha torto? Giustifica tutte le tue risposte.



Kangourou della Matematica 2014
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 12 maggio 2014



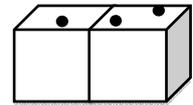
LIVELLO ÉCOLIER

E1. (5 punti) Un pastore ha 7 mucche, 8 pecore e 6 capre. Quante capre deve comprare se vuole che la metà dei suoi animali siano capre?

Soluzione: 9.

Gli animali che non sono capre sono $7 + 8 = 15$: al pastore mancano dunque $15 - 6 = 9$ capre.

E2. (7 punti) In figura vedi due dadi accostati: sulle loro facce superiori appaiono i punti 1 e 2. Ti diciamo che il numero dei punti presenti sulle due facce che combaciano (cioè che sono una contro l'altra) è lo stesso per le due facce. Che cosa puoi dire su questo numero? (Ricorda che, per qualunque dado, la somma dei numeri dei punti presenti su facce opposte è sempre 7.)



Soluzione: è 3 oppure 4.

Le facce laterali del primo dado (quello con 1 sulla faccia superiore) hanno 2 o 3 o 4 o 5 punti (6 è sulla faccia inferiore). Le facce laterali del secondo dado (quello con 2 sulla faccia superiore) hanno 1 o 3 o 4 o 6 punti (5 è sulla faccia inferiore). Le facce che combaciano possono dunque avere entrambe o 3 o 4 punti.

E3. (11 punti) Ad una esibizione di danza partecipano 4 ragazzi di nomi A, B, C e D e 6 ragazze di nomi R, S, T, U, V e Z che danzano a turno in coppie, un ragazzo e una ragazza. In ogni turno danzano 4 coppie e, dopo ogni turno, ogni coppia può sciogliersi per andare a formare nuove coppie nel turno successivo oppure riposare. Quanti turni di danza occorre che vengano effettuati affinché ogni ragazzo abbia danzato, almeno una volta, con ogni ragazza? Indica quali devono essere le coppie nei vari turni per rendere il numero dei turni il più piccolo possibile.

Soluzione: 46.

È chiaro che occorrono almeno 6 turni. In effetti 6 turni bastano: ecco una possibile composizione di coppie per 6 turni (ogni riga indica le coppie di un turno).

- | | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1) | AR | BS | CT | DU |
| 2) | AS | BT | CU | DV |
| 3) | AT | BU | CV | DZ |
| 4) | AU | BV | CZ | DR |
| 5) | AV | BZ | CR | DS |
| 6) | AZ | BR | CS | DT |

E4. (14 punti) In una partita di calcio, alla squadra vincente spettano 3 punti e a quella perdente 0 punti; se la partita termina in parità, ad entrambe le squadre spetta 1 punto. Tre squadre disputano un mini-torneo in campo neutro: ciascuna gioca una volta contro ognuna delle altre. Ti chiediamo di rispondere a queste due domande.

- Se, alla fine del torneo, tutte le squadre hanno lo stesso numero di punti, quale può essere questo numero?
- Dei seguenti punteggi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, quali non possono essere realizzati da alcuna squadra alla fine del torneo?

Soluzione: Prima domanda: 2 o 3. Seconda domanda: 5.

- Prima domanda. Al termine di ogni partita possono venire assegnati 2 oppure 3 punti. Le partite giocate complessivamente nel torneo sono tre e ogni squadra ne gioca due: la somma dei punti complessivamente assegnati può essere dunque 6, 7, 8 o 9. Se si vuole che, al termine del torneo, le tre squadre abbiano lo stesso punteggio, questa somma deve essere divisibile per 3. Se è 6, significa che tutte le partite si sono concluse con un pareggio; se è 9, è possibile che ogni squadra abbia vinto una delle due partite e perso l'altra (A batte B, B batte C e C batte A).
- Seconda domanda. Oltre alle due possibilità illustrate nella risposta precedente, una squadra può: perdere entrambe le partite (0 punti), pareggiare una partita e perdere l'altra (1 punto), vincere una partita e pareggiare l'altra (4 punti), vincere entrambe le partite (6 punti). Non può evidentemente totalizzare 5 punti, perché non può guadagnarne 2 in una singola partita.

E5. (18 punti) In una casetta nel bosco ci sono 15 piattini in fila: sul primo c'è 1 noce, sul secondo ci sono 2 noci, sul terzo 3 e così via fino al quindicesimo piattino su cui ci sono 15 noci. Ogni tanto uno scoiattolo entra nella casetta, sceglie alcuni piattini e mangia delle noci prendendone lo stesso numero da ognuno dei piattini scelti. Se fa quattro visite alla casetta, può riuscire a mangiare tutte le noci?

Soluzione: sì.

Una strategia valida è fare in modo che aumenti il più possibile, ad ogni visita, il numero dei piattini con lo stessa quantità di noci.

Lo scoiattolo può iniziare a mangiare 8 noci da ciascuno dei piattini dall'ottavo in poi: l'ottavo resta vuoto e rimangono due piattini con 1 noce, due con 2 e così via fino a due con 7.

Nella seconda visita può mangiare 4 noci da ciascuno dei piattini che ne hanno da 4 in su: rimarranno tre piattini vuoti, quattro con 1 noce, quattro con 2 e quattro con 3.

Ora è chiaro come si prosegue: nella terza visita mangerà 2 noci da ogni piattino che ne ha almeno 2 e per la quarta visita rimarranno solo otto piattini con 1 noce ciascuno.

E6. (22 punti) Aldo, Bruno, Carlo e Dario hanno fatto le seguenti affermazioni.

Aldo: "La somma di tre numeri interi consecutivi è sempre divisibile per 2".

Bruno: "La somma di tre numeri interi consecutivi non è mai divisibile per 2".

Carlo: "La somma di tre numeri interi consecutivi è sempre divisibile per 3".

Dario: "La somma di tre numeri interi consecutivi non è mai divisibile per 7".

Chi ha ragione e chi ha torto? Giustifica tutte le tue risposte.

Soluzione:

- Aldo ha torto: ad esempio $2 + 3 + 4$ è dispari (se il più piccolo dei tre interi è pari, la somma è dispari).
- Bruno ha torto: ad esempio $1 + 2 + 3$ è pari (se il più piccolo dei tre interi è dispari, la somma è pari).
- Carlo ha ragione: se n è il più piccolo dei tre interi, essi sono n , $n + 1$ e $n + 2$; la loro somma è 3 più 3 volte n e questo numero è divisibile per 3.
- Dario ha torto: ad esempio $6 + 7 + 8$ è divisibile per 7 (se il più piccolo dei tre interi è inferiore di 1 a un multiplo di 7, il più grande supera di 1 lo stesso multiplo di 7, dunque la somma dei tre è divisibile per 7).