

Kangourou della Matematica 2013
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 6 maggio 2013



LIVELLO ÉCOLIER

E1. (5 punti) Nella famiglia di Pietro, i figli sono cinque. Carla è la prima nata, Pietro è l'ultimo nato e, dopo Carla, gli altri figli sono nati ciascuno a distanza di due anni dal precedente. Oggi Carla ha il doppio degli anni di Pietro. Quanti anni ha Carla?

E2. (7 punti) Usando dei bastoncini, Sandro ha costruito la seguente figura

$$6+8=5$$

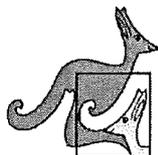
che evidentemente esprime un'addizione con risultato scorretto. Sua sorella Cristina però ha osservato che, cambiando di posto a un solo bastoncino, Sandro può ottenere un'addizione con risultato corretto. Come deve fare?

E3. (11 punti) Anna e Carlo si trovano in due punti diametralmente opposti del bordo di una fontana circolare. Iniziano a correre intorno alla fontana nello stesso verso e le loro velocità sono tali che, nel tempo che Anna impiegherebbe per fare 8 giri, Carlo ne farebbe 9. Quando Carlo la raggiungerà, quanti giri avrà fatto Anna attorno alla fontana?

E4. (14 punti) Ernesto fa questo gioco: partendo da un numero intero, scrive il prodotto delle sue prime due cifre, poi di seguito il prodotto della seconda con la terza, poi di seguito il prodotto della terza con la quarta e così via. Ad esempio, partendo dal numero 5648 scriverebbe 302432. Partendo da qualche numero, potrebbe arrivare a scrivere proprio 5648? Se sì, da quali numeri potrebbe partire?

E5. (18 punti) Elisa ha un cubo bianco. Deve dipingere i suoi spigoli di rosso o di verde, in modo che ogni faccia presenti almeno uno spigolo rosso, ma desidera usare il colore rosso il meno possibile. Quanti spigoli dovrà e le basterà dipingere di rosso?

E6. (22 punti) In un paese 10 anni fa abitavano 2013 persone. Ognuna di queste persone era un veritiero, cioè diceva sempre la verità, oppure un bugiardo, cioè mentiva sempre. Un certo giorno, uno alla volta, tutti gli abitanti del paese hanno abbandonato il paese dicendo: "Dopo che me ne sarò andato io, in questo paese il numero dei veritieri sarà uguale al numero dei bugiardi". Quanti erano 10 anni fa i bugiardi abitanti nel paese?



Kangourou della Matematica 2013
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 6 maggio 2013



LIVELLO ÉCOLIER

E1. (5 punti) Nella famiglia di Pietro, i figli sono cinque. Carla è la prima nata, Pietro è l'ultimo nato e, dopo Carla, gli altri figli sono nati ciascuno a distanza di due anni dal precedente. Oggi Carla ha il doppio degli anni di Pietro. Quanti anni ha Carla?

Soluzione: 16.

La differenza, 8 anni, fra l'età di Carla e quella di Pietro equivale all'età di Pietro. Dunque Carla ha 16 anni.

E2. (7 punti) Usando dei bastoncini, Sandro ha costruito la seguente figura

$$6+8=5$$

che evidentemente esprime un'addizione con risultato scorretto. Sua sorella Cristina però ha osservato che, cambiando di posto a un solo bastoncino, Sandro può ottenere un'addizione con risultato corretto. Come deve fare?

Soluzione:

$$6+0=6$$

E3. (11 punti) Anna e Carlo si trovano in due punti diametralmente opposti del bordo di una fontana circolare. Iniziano a correre intorno alla fontana nello stesso verso e le loro velocità sono tali che, nel tempo che Anna impiegherebbe per fare 8 giri, Carlo ne farebbe 9. Quando Carlo la raggiungerà, quanti giri avrà fatto Anna attorno alla fontana?

Soluzione: 4.

Dopo 4 giri di Anna, Carlo ne avrà fatto mezzo in più e l'avrà raggiunta.

E4. (14 punti) Ernesto fa questo gioco: partendo da un numero intero, scrive il prodotto delle sue prime due cifre, poi di seguito il prodotto della seconda con la terza, poi di seguito il prodotto della terza con la quarta e così via. Ad esempio, partendo dal numero 5648 scriverebbe 302432. Partendo da qualche numero, potrebbe arrivare a scrivere proprio 5648? Se sì, da quali numeri potrebbe partire?

Soluzione: Sì, da 5168 o da 786.

Teniamo presente che il prodotto di due numeri di una cifra ha al massimo due cifre. Per scrivere 56, le prime due cifre del numero di partenza dovrebbero essere 1 e 5 o 5 e 1 o 7 e 8 o 8 e 7. Se fossero 1 e 5, dovrebbe scrivere 5, ma non potrebbe poi scrivere 6 o 64 (non sono divisibili per 5); se fossero 8 e 7, dovrebbe scrivere 56, ma non potrebbe poi scrivere 4 o 48 (non sono divisibili per 7). Invece se fossero 5 e 1, potrebbe proseguire, ma solo con 6 e poi con 8: dunque potrebbe partire da 5168; se fossero 7 e 8, potrebbe proseguire, ma solo con 6: dunque potrebbe partire da 786.

E5. (18 punti) Elisa ha un cubo bianco. Deve dipingere i suoi spigoli di rosso o di verde, in modo che ogni faccia presenti almeno uno spigolo rosso, ma desidera usare il colore rosso il meno possibile. Quanti spigoli dovrà e le basterà dipingere di rosso?

Soluzione: 3.

Le facce sono sei e ogni spigolo appartiene a due facce. Poiché è possibile scegliere $6/2 = 3$ spigoli che non abbiano facce in comune, tre spigoli possono bastare.

E6. (22 punti) In un paese 10 anni fa abitavano 2013 persone. Ognuna di queste persone era un veritiero, cioè diceva sempre la verità, oppure un bugiardo, cioè mentiva sempre. Un certo giorno, uno alla volta, tutti gli abitanti del paese hanno abbandonato il paese dicendo: "Dopo che me ne sarò andato io, in questo paese il numero dei veritieri sarà uguale al numero dei bugiardi". Quanti erano 10 anni fa i bugiardi abitanti nel paese?

Soluzione: 1006.

Chiaramente vi erano almeno 1006 bugiardi: tutti coloro che hanno lasciato il paese quando nel paese era rimasto un numero pari di abitanti. L'ultimo abitante ad abbandonare il paese è stato un veritiero: infatti dopo la sua partenza sono rimasti 0 veritieri e 0 bugiardi. Ma allora, essendo un bugiardo il penultimo, è un veritiero il terz'ultimo: iterando questo ragionamento fino al primo abitante che ha lasciato il paese, si conclude che sono veritieri tutti i 1007 abitanti che hanno lasciato il paese quando nel paese era rimasto un numero dispari di abitanti.