

Kangourou della Matematica 2011
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 9 maggio 2011

LIVELLO ÉCOLIER

E1. (5 punti) L'orologio digitale di Carlo è difettoso: alcune volte, ma non sempre, al posto della cifra 0 mostra la cifra 8 e viceversa. Se Carlo legge sull'orologio 20.08, che ore potrebbero essere realmente? Scrivi tutte le ore possibili.

E2. (7 punti) Le tre lettere A , B e C rappresentano ciascuna una cifra e lettere diverse rappresentano cifre diverse. Sai che $A + A + A + A = CB$ e che $B + B + B + B = A$. Qual è la cifra rappresentata da A ?

E3. (11 punti) Accanto ad ogni punto \bullet della figura deve essere scritto un numero in modo che la somma dei numeri scritti agli estremi di ciascun segmento sia sempre la stessa qualunque sia il segmento. Due numeri sono già stati scritti. Che numero va scritto al posto di x e perché?

E4. (14 punti) Alla finale di Mirabilandia per ognuna delle cinque categorie vengono proposti sei problemi, uno per ciascuno dei seguenti punteggi: 5, 7, 11, 14, 18 e 22. Naturalmente in ogni singola categoria i sei problemi devono essere tutti diversi fra loro, ma uno stesso problema può essere assegnato in più di una categoria. Tieni però presente che, se un problema fornisce un certo punteggio in una categoria e compare anche in una categoria superiore, in quest'ultima deve fornire un punteggio inferiore. Il comitato organizzatore vuole preparare il minore numero possibile di problemi. Qual è questo numero?

E5. (18 punti) Oggi, 9 maggio 2011, è lunedì. Qual è il primo dei prossimi anni in cui il 9 maggio cadrà ancora di lunedì ?

E6. (22 punti) Paolo e Giulio sono due fratelli: abitano nella stessa casa e frequentano la stessa scuola. Vanno a scuola a piedi seguendo lo stesso percorso e, quando non sono insieme sul tragitto, ognuno mantiene costante il proprio passo: da casa a scuola Paolo, il più piccolo, impiega 16 minuti, Giulio ne impiega 12. Un giorno Giulio dice a Paolo: "Parti pure per scuola, io ti raggiungo e poi facciamo la strada insieme camminando con il tuo passo". Paolo parte e, dopo un minuto, parte anche Giulio. Quanti minuti impiegherà Giulio ad arrivare a scuola? Per quanti minuti i due fratelli cammineranno insieme?

posta.

Kangourou della Matematica 2011
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 9 maggio 2011

LIVELLO ÉCOLIER

E1. (5 punti) L'orologio digitale di Carlo è difettoso: alcune volte, ma non sempre, al posto della cifra 0 mostra la cifra 8 e viceversa. Se Carlo legge sull'orologio 20.08, che ore potrebbero essere realmente? Scrivi tutte le ore possibili.

Soluzione: 20.00, 20.08.

Le ore 28 non esistono e i minuti che appaiono indicati non possono essere più di 59.

E2. (7 punti) Le tre lettere A , B e C rappresentano ciascuna una cifra e lettere diverse rappresentano cifre diverse. Sai che $A + A + A + A = CB$ e che $B + B + B + B = A$. Qual è la cifra rappresentata da A ?

Soluzione: 8.

La seconda somma ci dice che il numero costituito dalla cifra A deve essere il quadruplo di quello costituito dalla cifra B : allora può essere solo 4 o 8, che comportano per la cifra B i valori rispettivamente 1 e 2. D'altra parte, la prima somma ci dice che B deve essere una cifra pari (i conti tornano: $4 \times 8 = 32$).

E3. (11 punti) Accanto ad ogni punto \bullet della figura deve essere scritto un numero in modo che la somma dei numeri scritti agli estremi di ciascun segmento sia sempre la stessa qualunque sia il segmento. Due numeri sono già stati scritti. Che numero va scritto al posto di x e perché?

Soluzione: 1.

Prima di tutto, è possibile realizzare quanto richiesto utilizzando solo i numeri 1 e 4: basta alternarli sui vertici di ogni esagono (in questo modo la somma dei numeri scritti agli estremi di ciascun segmento è 5 e al punto contrassegnato con x tocca il numero 1). D'altra parte, questa è l'unica soluzione del problema. Infatti tutti i punti sono collegabili fra loro, nel senso che, considerati due punti qualunque A e B , esiste una catena di segmenti consecutivi tali che il primo estremo del primo segmento sia A e il secondo estremo dell'ultimo segmento sia B : il fatto che la somma agli estremi di ciascun segmento debba sempre essere la stessa e che a due punti siano già stati assegnati i numeri 1 e 4, implica che non ci sia possibilità diversa dall'alternare questi due numeri.

E4. (14 punti) Alla finale di Mirabilandia per ognuna delle cinque categorie vengono proposti sei problemi, uno per ciascuno dei seguenti punteggi: 5, 7, 11, 14, 18 e 22. Naturalmente in ogni

singola categoria i sei problemi devono essere tutti diversi fra loro, ma uno stesso problema può essere assegnato in più di una categoria. Tieni però presente che, se un problema fornisce un certo punteggio in una categoria e compare anche in una categoria superiore, in quest'ultima deve fornire un punteggio inferiore.

Il comitato organizzatore vuole preparare il minore numero possibile di problemi. Qual è questo numero?

Soluzione: 10.

È chiaro che la soluzione più "economica" consiste nel far "slittare" i problemi passando da una categoria a quella immediatamente superiore, nel modo seguente.

Si preparano i 6 problemi della categoria Écolier. Per la Benjamin si elimina il primo della Écolier (che non può essere riutilizzato in alcun modo), si riutilizzano quelli dal secondo al sesto come problemi dal primo al quinto (mantenendo l'ordine) e si crea il sesto (che è il settimo preparato). Per le successive categorie si procede con lo stesso criterio.

E5. (18 punti) Oggi, 9 maggio 2011, è lunedì. Qual è il primo dei prossimi anni in cui il 9 maggio cadrà ancora di lunedì ?

Soluzione: 2016.

In un anno non bisestile ci sono 365 giorni, dunque 52 settimane più un giorno; in un anno bisestile ci sono 52 settimane più due giorni e il secondo giorno in più è il 29 febbraio. Questo comporta che, passando da un anno al successivo non bisestile, ogni data da marzo in poi cada nel giorno successivo della settimana; passando da un anno al successivo bisestile, ogni data da marzo in poi cada nel secondo giorno successivo della settimana. I prossimi anni bisestili saranno 2012, 2016, 2020,... . Allora il 9 maggio cadrà: di mercoledì nel 2012, di giovedì nel 2013, di venerdì nel 2014, di sabato nel 2015, di lunedì nel 2016.

E6. (22 punti) Paolo e Giulio sono due fratelli: abitano nella stessa casa e frequentano la stessa scuola. Vanno a scuola a piedi seguendo lo stesso percorso e, quando non sono insieme sul tragitto, ognuno mantiene costante il proprio passo: da casa a scuola Paolo, il più piccolo, impiega 16 minuti, Giulio ne impiega 12. Un giorno Giulio dice a Paolo: "Parti pure per scuola, io ti raggiungo e poi facciamo la strada insieme camminando con il tuo passo". Paolo parte e, dopo un minuto, parte anche Giulio. Quanti minuti impiegherà Giulio ad arrivare a scuola? Per quanti minuti i due fratelli cammineranno insieme?

Soluzione: 15; 12.

Dal momento in cui Giulio raggiunge Paolo, i due fratelli camminano alla velocità di Paolo: allora Giulio, essendo partito un minuto dopo, impiegherà in totale un minuto meno di Paolo. Si ha poi $16 : 4 = 4$ e $12 : 4 = 3$. Poiché camminano a velocità costante, Paolo impiega 4 minuti a compiere la stessa parte di percorso (il primo quarto del totale) che Giulio copre nei 3 minuti in cui cammina da solo.

ammissibile A di 8 elementi. Assurdo.