Kangourou Italia
Gara del 18 marzo 2010
Categoria Junior
Per studenti di seconda o terza della secondaria di secondo grado

I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

1. Qual è il risultato della divisione 20102010 : 2010?
A) 11 B) 101 C) 1001 D) 10001 E) nessuno dei precedenti

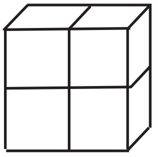
2. Carlo e Dario si sono sottoposti ad uno stesso test: Carlo ha totalizzato l'85% dei punti disponibili, Dario il 90%. In questo modo, Carlo ha totalizzato un punto in meno di Dario. Quanti erano i punti disponibili?
A) 20 B) 18 C) 17 D) 5 E) 25

3. Che numero devi sostituire al simbolo * se vuoi che la somma dei numeri presenti nella prima riga sia uguale a quella dei numeri presenti nella seconda?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*

A) 1010 B) 1020 C) 1910 D) 1990 E) 2020

4. Il solido in figura è ottenuto accostando quattro cubi identici: la superficie di ciascuno di essi misura 24 cm^2. Quanti centimetri quadrati misura la superficie del solido?



A) 80 B) 64 C) 40
D) 32 E) 24

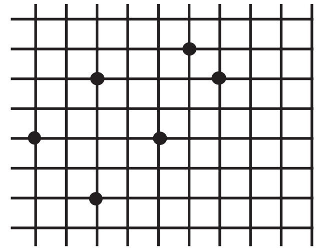
5. Ad ogni compleanno, partendo dal primo, Ada ha ricevuto in regalo tanti fiori quanti erano gli anni che compiva. Ada li ha seccati e li ha conservati tutti: ora ne ha 120. Quanti anni ha oggi?
A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 20

6. Le due rive dell'Adige, nel tratto in cui attraversa Verona, sono collegate da cinque famosi ponti. Giulietta, partendo dalla sua casa in Verona, li ha percorsi tutti, ciascuno almeno una volta, e poi è rientrata a casa. Così facendo ha attraversato l'Adige *n* volte. Quale fra i seguenti è un possibile valore di *n*?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 10

7. Tre martedì di un certo mese sono giorni con data pari. In che giorno della settimana cade il 21 di quel mese?

A) Mercoledì B) Martedì C) Venerdì
D) Sabato E) Domenica

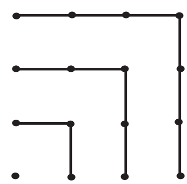
8. La figura mostra sei punti marcati su un foglio di carta a quadretti (dove i quadretti hanno tutti la stessa dimensione). Quale fra le seguenti figure geometriche non può essere ottenuta congiungendo opportunamente alcuni di questi punti?



A) Quadrato
B) Parallelogramma che non sia un rombo C) Trapezio
D) Triangolo ottusangolo
E) Nessuna: tutte le precedenti possono esserlo

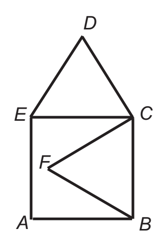
9. La figura suggerisce come ottenere per via grafica l'uguaglianza $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \times 4$. Con quale dei seguenti prodotti coincide la somma $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 27 + 29 + 31$?

A) 11×11 B) 16×16 C) 18×18
D) 19×19 E) 21×21



Junior

10. Osserva la figura. ABCE è un quadrato, mentre BCF e CDE sono triangoli equilateri. Se AB ha lunghezza 1, quanto è lungo il segmento FD?



A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5} - 1$ E) $\sqrt{6} - 1$

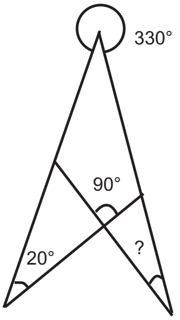
I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. Il prodotto fra l'età del mio professore e quella di suo padre è 2010. In che anno è nato il mio professore?

A) 1950 B) 1963 C) 1974 D) 1964
E) Un anno diverso dai precedenti

12. In figura appaiono due triangoli ottusangoli parzialmente sovrapposti. Sono evidenziati quattro angoli: le misure (in gradi) di tre di essi sono quelle indicate. Quanti gradi misura il quarto angolo, indicato dal punto di domanda ? (Attenzione: nella figura non sono rispettate le proporzioni.)

A) 10 B) 20 C) 30
D) 40 E) 50

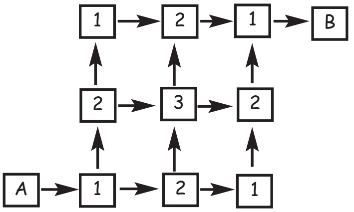


13. Per quanti numeri interi positivi accade che la somma delle cifre è 2010 e il prodotto delle cifre è 2 ?

A) 2010 B) 2009 C) 2008 D) 1005 E) 1004

14. Osserva la figura. Si vuole andare dal quadrato denotato con A a quello denotato con B rispettando i versi indicati dalle frecce. Per ogni possibile percorso di questo tipo vengono sommati i numeri inseriti nei quadrati attraversati. Quante somme diverse fra loro si possono ottenere?

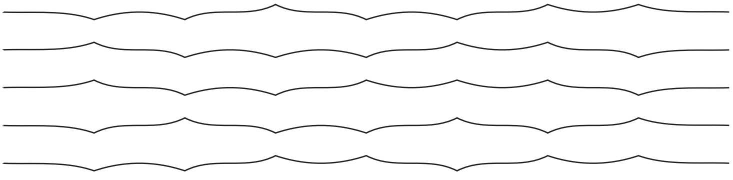
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6



Junior

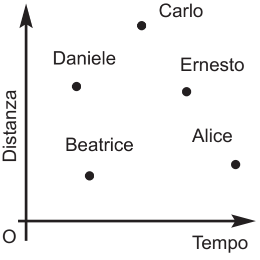
15. Una lunga striscia di carta è stata piegata a metà tre volte, ogni volta senza riaprire la piegatura precedente; poi è stata riaperta e appoggiata su un tavolo: guardandola di profilo, si vedono ancora le 7 pieghe e i tratti della striscia tra essi compresi. L'aspetto della striscia di profilo può assomigliare solo a quattro delle linee disegnate sotto: quale è quella da scartare?

A)
B)
C)
D)
E)



16. I cinque ragazzi nominati in figura hanno fatto una corsa di allenamento. Sull'asse delle ascisse figura il tempo impiegato, su quello delle ordinate la distanza percorsa e la posizione dei singoli punti indica la prestazione del ragazzo corrispondente. Chi ha corso alla velocità maggiore?

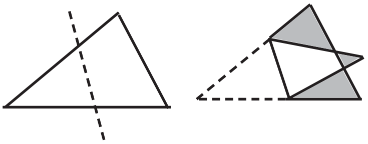
A) Alice B) Beatrice C) Carlo
D) Daniele E) Ernesto



17. Osserva la figura: un cerchio di raggio 4 è suddiviso in quattro parti congruenti mediante l'impiego di archi di circonferenza di raggio 2. Quanto vale il perimetro di ciascuna di queste quattro parti?

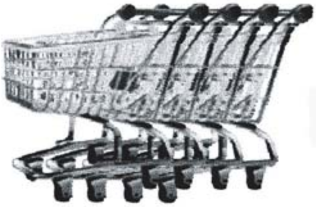
A) 2π B) 4π C) 6π
D) 8π E) 12π

18. Osserva la figura: un triangolo viene ripiegato su se stesso lungo il segmento tratteggiato in modo da ottenere la figura a destra. L'area del triangolo è una volta e mezza l'area della figura risultante e l'area della regione ombreggiata vale 1. Quanto vale l'area del triangolo originale?



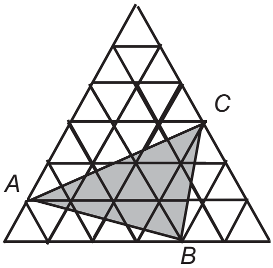
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) Un numero diverso dai precedenti

19. In un supermercato vi sono due file di carrelli tutti uguali fra loro formate nel modo usuale, cioè infilando un carrello in quello che lo precede. Una fila è formata da 10 carrelli ed è lunga 2,9 metri, l'altra da 20 carrelli ed è lunga 4,9 metri. Quanto è lungo un carrello?



A) 0,8 m B) 1 m C) 1,1 m
D) 1,2 m E) 1,4 m

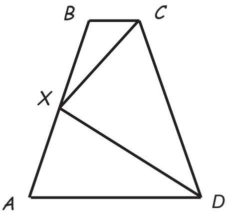
20. Osserva la figura. Il triangolo grande è costruito accostando 36 triangoli equilateri, ciascuno di area 1. Quanto vale l'area del triangolo ABC ?



A) 11 B) 12 C) 15
D) 9 E) 10

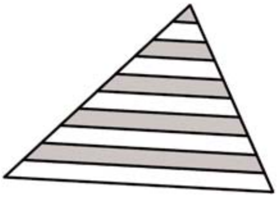
I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 3 punti ciascuno

21. Nel trapezio isoscele ABCD in figura, X è il punto medio del lato AB, la lunghezza di BX è 1 e l'angolo CXD è retto. Quanto vale il perimetro del trapezio ABCD ?



A) 5 B) 6
C) 7 D) 8
E) Un valore diverso dai precedenti

22. Due lati del triangolo grande in figura sono suddivisi ciascuno in 10 segmenti uguali, che determinano le strisce evidenziate. Quale percentuale dell'area del triangolo risulta ombreggiata ?



A) 42,5% B) 45% C) 46%
D) 47,5% E) 50%

23. Per quanti numeri interi n compresi fra 1 e 100, estremi inclusi, il numero n^n è un quadrato perfetto?

A) 5 B) 15 C) 50 D) 51 E) 55

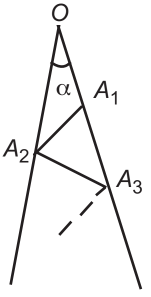
24. In una città vivono solo gentiluomini e bugiardi. Ogni singola affermazione pronunciata da un gentiluomo è vera, mentre ogni singola affermazione pronunciata da un bugiardo è falsa. Alcuni abitanti sono riuniti in una stanza e tre di loro fanno, una per ciascuno, le seguenti coppie di affermazioni:

1. "Non ci sono più di tre persone in questa stanza." "Tutti noi mentiamo."
2. "Non ci sono più di quattro persone in questa stanza." "Non siamo tutti bugiardi."
3. "Ci sono cinque persone in questa stanza." "Tre di noi sono bugiardi."

Quante persone ci sono nella stanza e quanti bugiardi ci sono tra di loro?

A) 3 persone, 1 bugiardo B) 4 persone, 1 bugiardo
C) 4 persone, 2 bugiardi D) 5 persone, 2 bugiardi
E) 5 persone, 3 bugiardi

25. L'angolo α rappresentato in figura misura 7 gradi; i punti A_1, A_3, … (indice dispari) sono presi in sequenza su un lato dell'angolo mentre i punti A_2, A_4, … (indice pari) sono presi in sequenza sull'altro lato in modo che i segmenti OA_1, A_1A_2, A_2A_3, … siano tutti distinti, ma di uguale lunghezza. Una volta fissata tale lunghezza, il valore di n per cui il punto A_n ha la massima distanza possibile da O



A) è 10. B) è 11. C) è 12. D) è 13.
E) non esiste poiché la costruzione può essere prolungata quanto si vuole.

26. Una successione di numeri interi relativi è costruita come segue. I primi tre elementi sono, nell'ordine, 1, 2 e 3. Dal quarto in poi, ogni elemento è costruito sulla base degli ultimi tre che lo precedono, sottraendo l'ultimo ottenuto dalla somma del penultimo e del terzultimo: la successione inizia dunque con 1, 2, 3, 0, 5, -2, 7, … . Qual è l'elemento di posto 2010?

A) - 2006 B) 2008 C) - 2002
D) - 2004 E) Nessuno dei precedenti

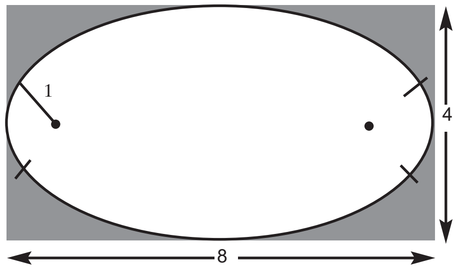
27. In ogni vertice di un pentagono è scritto uno e un solo numero intero positivo. Si sa che due numeri posti in vertici adiacenti sono sempre primi fra loro (cioè non hanno divisori comuni diversi da 1) e che due numeri posti in vertici non adiacenti non lo sono mai. Vi sono diverse possibilità di realizzare questa situazione, ma uno e uno solo dei numeri seguenti non potrà mai comparire in alcun vertice. Quale?

A) 15 B) 16 C) 18 D) 21 E) 22

28. Quanti numeri interi positivi di tre cifre (significative) sono tali che la cifra centrale sia la media aritmetica delle altre due?

A) 9 B) 12 C) 25 D) 36 E) 45

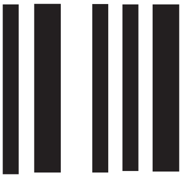
29. La figura mostra un "ovale", cioè una regione piana delimitata da quattro archi di circonferenza evidenziati dalle tacche che sezionano il suo contorno. In ciascuno dei quattro punti dove due diversi archi si saldano, i due archi hanno la stessa retta tangente. L'arco di sinistra ha misure identiche a quello di destra e l'arco inferiore ha misure identiche a quello superiore, sicché l'ovale presenta un asse di simmetria verticale e uno orizzontale. Il più piccolo dei raggi degli archi vale 1 e l'ovale si inserisce esattamente in un rettangolo di dimensioni 4 x 8. Quanto vale il più grande dei raggi?



A) 6 B) 6, 5 C) 7 D) 7, 5 E) 8

Junior

30. Un codice a barre del tipo mostrato in figura è composto di strisce bianche e nere alternate, con la striscia iniziale e quella finale sempre nera. Ogni striscia è di ampiezza 1 o 2 e l'ampiezza totale è 12. Quanti differenti codici si possono costruire? (Ogni codice va letto da sinistra verso destra.)



A) 24 B) 132 C) 66
D) 12 E) 116

2010
Categoria Junior

1. Risposta **D)** Si ha 20102010 = 2010 x 10000 + 2010.

2. Risposta **A)** 1 punto è il 5% dei punti disponibili.

3. Risposta **C)** Per ognuna delle prime 10 caselle della seconda riga, il numero ospitato è quello della casella corrispondente nella riga superiore aumentato di 10. Il numero cercato è dunque 2010 – 100.

4. Risposta **B)** L'area di ogni faccia dei cubi è 4 cm^2 e la superficie laterale del solido è costituita da 16 di tali facce.

5. Risposta **D)** Per ogni intero positivo n, la somma dei primi n interi vale n(n+1)/2. Tale quantità vale 120 se n = 15.

6. Risposta **E)** Dal momento che la partenza e l'arrivo di Giulietta avvengono dalla stessa parte dell'Adige, n deve essere un intero pari, naturalmente maggiore di 5. Tra i numeri elencati, 10 è l'unico ammissibile.

7. Risposta **E)** Se N è la data del primo martedì, N + 14 deve essere la data del secondo e N + 28 la data del terzo. Dovendo n essere pari, l'unica possibilità è che sia N = 2 : allora anche il 23 del mese è martedì, per cui il 21 cade di domenica.

8. Risposta **E)** Siano, dall'alto verso il basso e da sinistra verso destra, A, B, C, D, E e F i sei punti. BDFE sono i vertici di un quadrato, BCDE sono i vertici di un parallelogramma che non è un rombo, ABDE sono i vertici di un trapezio, ABC sono i vertici di un triangolo ottusangolo.

9. Risposta **B)** Per avere 31 punti sulla spezzata esterna occorre avere due lati con 16 punti ciascuno (il vertice è comune): quindi la somma vale 16^2.

10. Risposta **A)** L'angolo DCF è retto e i segmenti DC e CF sono entrambi lunghi 1. Il segmento FD è dunque la diagonale di un quadrato di lato 1.

11. Risposta **E)** La fattorizzazione in numeri primi di 2010 è 2010 = 2 x 3 x 5 x 67. Poiché un professore deve avere più di 15 anni, l'unica possibilità è che il mio professore abbia 30 anni (e suo padre 67), e dunque sia nato nel 1980.

12. Risposta **D)** Il triangolo in basso a destra di cui fa parte l'angolo in questione è rettangolo; l'altro dei suoi due angoli acuti misura 50°, in quanto supplementare del terzo angolo di un triangolo, due angoli del quale misurano 20° e 30°.

13. Risposta **B)** I numeri ammissibili possono avere come cifre solo 1 o 2 ed esattamente una deve essere 2. Le cifre 1 devono dunque essere in numero di 2008: per la cifra 2 vi sono allora 2009 posizioni possibili.

14. Risposta **B)** Stanti le simmetrie della configurazione dei numeri inseriti, è evidente che tutti i percorsi che non passano per il quadrato centrale forniscono una somma pari a 7, mentre tutti quelli che vi passano forniscono una somma pari a 9.

15. Risposta **D)** Il problema sta tutto nel decifrare la figura: avendo a che fare con una struttura non rigida, le simmetrie possono in parte nascondersi. Però sicuramente si rilevano i punti (corrispondenti alla piegatura) che stanno più in basso, diciamo attaccati al tavolo e quelli che stanno più in alto: per comodità chiamiamo tali punti rispettivamente minimi (m) e massimi (M).
Nel fare le piegature, il quarto punto-piega (quello centrale) funziona da centro di simmetria per tutta la figura: quindi se a sinistra di tale punto c'è un minimo a destra deve esserci un massimo e viceversa. Similmente il secondo punto-piega (da sinistra) funziona da centro di simmetria per la metà sinistra della figura e il sesto punto-piega (da sinistra) funziona da centro di simmetria per la metà destra. Nelle figure si hanno le seguenti sequenze di M e m (sottolineati i centri di simmetria):

A) m $\underline{\mathrm{m}}$ M $\underline{\underline{\mathrm{m}}}$ m $\underline{\mathrm{M}}$ M : ok
B) M $\underline{\mathrm{m}}$ m $\underline{\underline{\mathrm{m}}}$ M $\underline{\mathrm{M}}$ m : ok
C) M $\underline{\mathrm{m}}$ m $\underline{\underline{\mathrm{M}}}$ M $\underline{\mathrm{M}}$ m : ok
D) m $\underline{\mathrm{M}}$ m $\underline{\underline{\mathrm{m}}}$ M $\underline{\mathrm{m}}$ M : due errori relativi ai centri di simmetria 2 e 6
m $\underline{\mathrm{m}}$ M $\underline{\underline{\mathrm{M}}}$ m $\underline{\mathrm{M}}$ M : ok

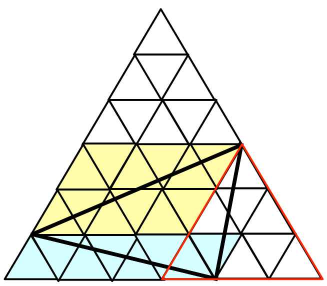
16. Risposta **D)** La velocità (media) della corsa è data da rapporto fra la distanza percorsa e il tempo impiegato a percorrerla. Fissate le unità di misura sugli assi, questo rapporto coincide con il coefficiente angolare della retta passante per l'origine e per il punto che indica la prestazione. La retta con coefficiente angolare maggiore è quella relativa alla prestazione di Daniele.

17. Risposta **C)** Stante la congruenza, ciascuna delle parti in questione è delimitata da un quarto di circonferenza di raggio 4 (lunghezza 2π) e da due semi-circonferenze di raggio 2 (lunghezza 2π ciascuna).

18. Risposta **B)** Sia x l'area del quadrilatero che si ottiene eliminando dalla figura risultante la regione tratteggiata: l'area del triangolo originale vale chiaramente $1 + 2x$. Da $1 + x = (2/3)(1 + 2x)$ segue $x = 1$.

19. Risposta **C)** Quando un carrello A è infilato in un carrello uguale B, la lunghezza della coppia è uguale alla lunghezza x del carrello sommata alla lunghezza y della parte di A che deborda da B. Stando alle nostre informazioni (e lavorando in metri), deve essere $x + 9y = 2{,}9$ e $x + 19y = 4{,}9$. Sottraendo membro a membro si ottiene $10y = 2$ e quindi $x = 1{,}1$.

20. Risposta **A)** L'area del triangolo ABC può essere pensata come la differenza tra



l'area del triangolo grande (36) e quella dei triangoli che nella figura assegnata non sono ombreggiati. L'area di questi ultimi si ricava bene visualizzando nel triangolo equilatero grande due parallelogrammi A e G (in figura dipinti di azzurro e giallo) e il triangolo equilatero T avente lato metà di quello grande (in figura ne è bordato di rosso quello più utile per il calcolo). L'area del triangolo non ombreggiato in alto è la somma dell'area del triangolo T e di metà dell'area parallelogramma G: $9 + 6 = 15$; l'area del triangolo non ombreggiato in basso a sinistra è metà dell'area del parallelogramma A: $8/2 = 4$; l'area del triangolo in basso a destra è 2/3 dell'area del triangolo T (avendo ugual altezza e base pari a 2/3): $9 \times 2/3 = 6$. Quindi l'area di ABC è $36 - 15 - 4 - 6 = 11$.

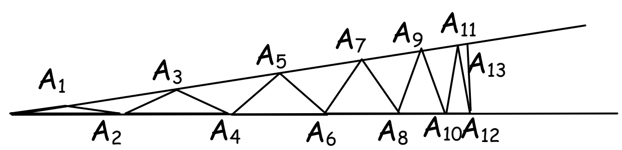
21. Risposta **B)** Sia H il punto, esterno al trapezio, in cui la retta passante per i punti C e X incontra la retta passante per i punti A e D. I triangoli rettangoli CXD e HXD sono congruenti, dunque il segmento HD è lungo 2. Anche i triangoli XHA e XBC sono congruenti, dunque il segmento HA è lungo quanto la base minore BC: la somma delle lunghezze delle due basi vale allora 2.

22. Risposta **B)** Ciascuna striscia bianca è ottenibile dall'unione di un insieme equivalente alla striscia grigia sopra di lei (ad esempio il simmetrico della striscia grigia rispetto al segmento che le separa) e di due triangoli congruenti al triangolo grigio al vertice della figura: la differenza tra l' area della parte bianca e quella della parte grigia è 10 volte l'area del triangolo al vertice cioè $\frac{10}{100}$ dell' area del triangolo. La percentuale di triangolo grigia è allora il 45%.

23. Risposta **E)** Tutti i 50 numeri pari sono accettabili. Fra i numeri dispari, sono accettabili tutti e soli i 5 quadrati perfetti: infatti p^2 elevato a p^2 coincide con p elevato a $2p^2$.

24. Risposta **C)** La seconda affermazione della prima coppia "Tutti noi mentiamo" non può essere fatta da un gentiluomo: allora le persone presenti sono almeno 4 e c'è qualcuno che dice la verità. Ne segue che la seconda affermazione della seconda coppia è vera: è dunque vera anche la prima, per cui le persone sono esattamente 4. Allora la prima affermazione della terza coppia è falsa: è quindi falsa anche la seconda, per cui i bugiardi, che devono essere almeno 2 e non possono essere 4, sono esattamente 2.

25. Risposta **D)** La somma degli angoli interni di un triangolo è 180° : quindi la costruzione si blocca per il valore di n tale che la somma dell'angolo alla base $A_{n-3}A_{n-1}A_{n-2}$ e dell'angolo al vertice $A_{n-2}A_{n-1}A_n$ di due triangoli isosceli consecutivi è minore o uguale ad un angolo retto (poiché il supplementare $A_nA_{n-1}A_{n+1}$, che dovrebbe essere alla base del successivo triangolo isoscele, non sarebbe acuto).
Chiamiamo α_{n-1} la misura in gradi dell'angolo $A_nA_{n-1}A_{n+1}$.
$\alpha_1 = (2x7) = 14$.
Per n>2 si ha: $\alpha_{n-1} = 2\alpha_{n-2} - \alpha_{n-3}$ e quindi $\alpha_2 = (2x14 -7)= (3x7) = 21$ e più in generale $\alpha_{n-1} = 7n$.
7n è maggiore di 90 per n = 13. Il che significa che si può ancora individuare A_{13}, e OA_{13} è più lungo di OA_{12} poiché l'angolo $OA_{12}A_{13}$ opposto al primo misura 89 gradi, mentre quello opposto $OA_{13}A_{12}$ al secondo misura solo 84 gradi.



26. Risposta **A)** Osservando i primi numeri della sequenza, si può congetturare che ogni termine di posto dispari coincida con il numero che assegna il posto (cioè che, detti a_n i termini della sequenza, per ogni k intero non negativo si abbia $a_{2k+1} = 2k + 1$) e che ogni termine di posto pari si ottenga aggiungendo 3 all'opposto del termine precedente. Sia la sequenza proposta, sia quella che si congettura coincidere con essa sono univocamente determinate dalle leggi descritte: è dunque sufficiente mostrare che esse coincidono. In effetti, per ogni intero k non negativo si ha

$$a_{2k+1} = 2k + 1 = -2k + 6 + 2k - 1 + 2k - 4 = a_{2k-2} + a_{2k-1} - a_{2k}$$
$$a_{2k} = - 2k + 4 = 2k - 3 - 2k + 6 - 2k + 1 = a_{2k-3} + a_{2k-2} - a_{2k-1}.$$

27. Risposta **B)** Chiamiamo A, B, C, D, E i vertici del pentagono. Se in uno di essi, diciamo in A, vi fosse una potenza (intera positiva) di un numero primo p, in C e in D dovrebbe esserci un multiplo di p, il che è escluso. Dunque va scartato $16 = 2^4$. Tutti gli altri numeri possono essere impiegati. Infatti, se un numero è prodotto di due diversi

fattori primi fra loro u e v (diversi da 1), detti y, w e z altri tre fattori tali che u, v, y, w, z siano a due a due primi fra loro (tutti diversi da 1), sono ammissibili le sequenze {uv, yw, uz, yv, wz}.

28. Risposta **E)** Per ogni possibile cifra centrale c si possono contare i numeri ammissibili. Escludiamo per ora i numeri che terminano con la cifra 0. Degli altri, per c = 1 e c = 9 ce n'è uno solo (111, 999). Per c = 2 e c = 8 ce ne sono 3 (ad esempio, per c = 2 sono 123, 321, 222). Per c = 3 e c = 7 ce ne sono 5, per c = 4 e c = 6 ce ne sono 7, per c = 5 ce ne sono 9. A questi 2 + 6 + 10 + 14 + 9 = 41 vanno aggiunti i 4 in cui la prima cifra è il doppio di quella centrale e l'ultima è 0 (210, 420, 630, 840).

29. Risposta **A)** Siano: P il centro di uno degli archi di raggio minore, C il centro di uno degli archi di raggio maggiore, O il "centro" dell'ovale. Chiaramente la distanza fra P e O è 3. Detta x la distanza fra P e C, il fatto che i due archi abbiano la tangente in comune nel punto in cui si saldano implica che il raggio maggiore valga 1 + x. Dal teorema di Pitagora applicato al triangolo POC (evidentemente rettangolo in O), segue che deve essere $1+x=2+\sqrt{x^2-9}$ che implica x = 5.

30. Risposta **E)** Il numero delle strisce deve essere dispari, perché sia la prima che l'ultima sono nere, e può essere solo 11, 9 o 7 perché l' ampiezza massima di una striscia è 2. Nei tre casi ci saranno rispettivamente 1, 3 e 5 strisce di ampiezza 2; possiamo contare i diversi codici ottenibili contando le permutazioni di n oggetti di cui k uguali tra loro e i rimanenti n-k pure uguali tra loro, con n = 11,9 e 7 e k = 1,3 e 5 rispettivamente. Otteniamo i valori 11, 84 e 21: in totale 116 codici diversi.

.