



LIVELLO ÉCOLIER

FOGLIO PER IL CONCORRENTE. ATTENZIONE: TUTTE LE RISPOSTE DEVONO ESSERE MOTIVATE!

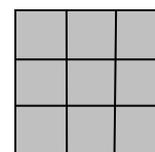
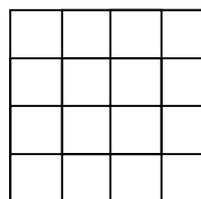
E1. (5 punti) Qual è il più piccolo numero intero di quattro cifre tutte pari e tutte diverse fra loro?

E2. (7 punti) Anna ha 35 fogli di carta. Dopo averne suddivisi alcuni in 4 parti, Anna ha in tutto 92 fogli di carta (non tutti delle stesse dimensioni). Quanti dei fogli iniziali sono stati suddivisi in 4 parti da Anna?

E3. (11 punti) Qui sotto hai una griglia 4×4 e, a fianco, una griglia 3×3 . Hai a disposizione solo i numeri 1 e 2. Devi metterne uno e uno solo in ciascuna delle caselle della griglia 4×4 in modo che si verifichino entrambe le seguenti circostanze:

- la somma di tutte le cifre che hai inserito non sia maggiore di 17;
- per ciascuna delle griglie 3×3 contenute nella griglia 4×4 , la somma di tutte le cifre che vi risultano inserite non sia minore di 10.

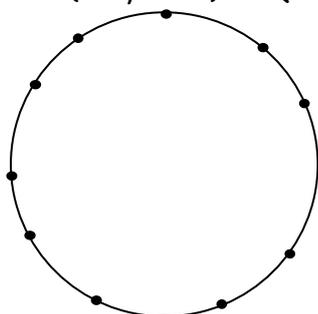
Attenzione: per rispondere ti basta riempire la griglia 4×4 .



E4. (14 punti) Pierino deve salire una scalinata composta da più di 1000 gradini. Sale saltando due gradini alla volta (cioè facendo i gradini tre a tre) partendo dalla base della scala (dunque il primo gradino della scala su cui mette piede è il numero 3), ma quando mette il piede su un gradino pari scende di uno per poi continuare la sua salita. Toccherà il gradino numero 699?

E5. (18 punti) La nonna ha un orologio di tipo tradizionale, con le ore da 1 a 12, che fa i capricci. Ieri quando sono arrivato da lei segnava le 9.30. La nonna mi ha detto: "A mezzogiorno segnava l'ora esatta, da mezzogiorno in poi, per la prima metà del tempo l'orologio ha corso al doppio della velocità giusta e per la seconda metà del tempo ha corso alla metà della velocità giusta". A che ora sono arrivato dalla nonna?

E6. (22 punti) Qui sotto vedi una circonferenza sulla quale sono evidenziati dieci punti tutti diversi fra loro. Vuoi tirare delle corde ciascuna delle quali abbia due di questi punti come estremi. Da uno stesso punto può partire più di una corda, ma due corde diverse non possono intersecarsi cioè se hanno un punto in comune questo è un estremo. Quante corde puoi tirare al massimo e perché?





Kangourou della Matematica 2010
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 10 maggio 2010



LIVELLO ÉCOLIER

E1. (5 punti) Qual è il più piccolo numero intero di quattro cifre tutte pari e tutte diverse fra loro?

Soluzione: 2046.

Se due numeri di quattro cifre hanno le cifre delle migliaia diverse fra loro, sono diversi e il più piccolo è quello con la cifra delle migliaia minore, qualsiasi siano le cifre rimanenti. Se sono uguali le cifre delle migliaia, ma sono diverse quelle delle centinaia, vale la stessa cosa: il più piccolo è quello con la cifra delle centinaia minore. Analogamente si ragiona se sono uguali le prime due cifre, ma sono diverse quelle delle decine. Allora, partendo da sinistra, dobbiamo sempre scegliere la cifra minore possibile fra quelle pari rimaste libere, ricordando che un numero di quattro cifre non può iniziare con la cifra "0".

E2. (7 punti) Anna ha 35 fogli di carta. Dopo averne suddivisi alcuni in 4 parti, Anna ha in tutto 92 fogli di carta (non tutti delle stesse dimensioni). Quanti dei fogli iniziali sono stati suddivisi in 4 parti da Anna?

Soluzione: 19.

Quando un foglio viene suddiviso in 4 parti, il totale dei fogli aumenta di 3. La differenza $92 - 35 = 57$ corrisponde allora al triplo del numero dei fogli suddivisi.

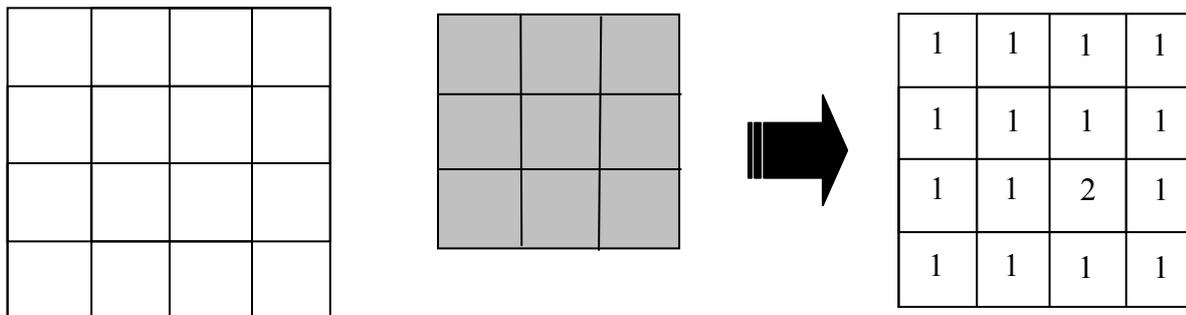
E3. (11 punti) Qui sotto hai una griglia 4×4 e, a fianco, una griglia 3×3 .

Hai a disposizione solo i numeri 1 e 2. Devi metterne uno e uno solo in ciascuna delle caselle della griglia 4×4 in modo che si verifichino entrambe le seguenti circostanze:

- la somma di tutte le cifre che hai inserito non sia maggiore di 17;
- per ciascuna delle griglie 3×3 contenute nella griglia 4×4 , la somma di tutte le cifre che vi risultano inserite non sia minore di 10.

Attenzione: per rispondere ti basta riempire la griglia 4×4 .

Soluzione:



Basta mettere un 2 in una delle quattro caselle centrali della griglia bianca e 1 altrove, ad esempio come nel disegno.

E4. (14 punti) Pierino deve salire una scalinata composta da più di 1000 gradini. Sale saltando due gradini alla volta (cioè facendo i gradini tre a tre) partendo dalla base della scala (dunque il primo gradino della scala su cui mette piede è il numero 3), ma quando mette il piede su un gradino pari scende di uno per poi continuare la sua salita. Toccherà il gradino numero 699?

Soluzione: sì.

Quando Pierino mette il piede su un gradino di numero p pari, i gradini successivi saranno nell'ordine:

- il gradino dispari precedente,
- il primo gradino pari dopo p ,
- il gradino dispari successivo a p .

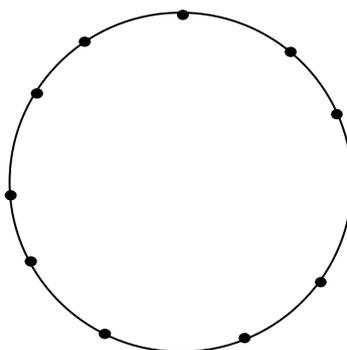
Questo significa che, se Pierino mette il piede su un gradino pari, dovrà mettere poi piede su tutti i successivi (tranne eventualmente l'ultimo se il numero dei gradini è dispari). Ora basta osservare che Pierino deve mettere piede per esempio sul gradino 6.

E5. (18 punti) La nonna ha un orologio di tipo tradizionale, con le ore da 1 a 12, che fa i capricci. Ieri quando sono arrivato da lei segnava le 9.30. La nonna mi ha detto: "A mezzogiorno segnava l'ora esatta, da mezzogiorno in poi, per la prima metà del tempo l'orologio ha corso al doppio della velocità giusta e per la seconda metà del tempo ha corso alla metà della velocità giusta". A che ora sono arrivato dalla nonna?

Soluzione: alle 7.36 di sera.

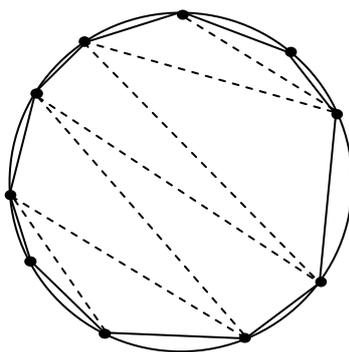
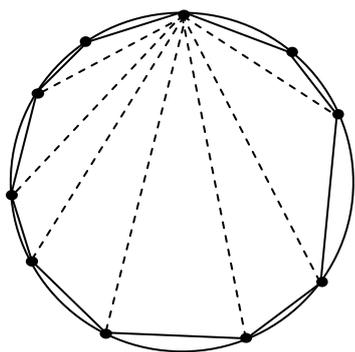
A metà del tempo trascorso da mezzogiorno all'ora di arrivo l'orologio segnava l'ora che avrebbe dovuto segnare al mio arrivo; da allora al mio arrivo è andato avanti di un quarto del tempo trascorso da mezzogiorno. In definitiva, i 570 minuti che intercorrono fra mezzogiorno e le 9.30 corrispondono a 5 quarti del tempo davvero trascorso da mezzogiorno. Dunque se divido 570 per 5 trovo i minuti (114) che devo togliere per avere il tempo davvero trascorso che è dunque $570 - 114 = 456$ minuti, cioè 7 ore e 36 minuti.

E6. (22 punti) Qui sotto vedi una circonferenza sulla quale sono evidenziati dieci punti tutti diversi fra loro. Vuoi tirare delle corde ciascuna delle quali abbia due di questi punti come estremi. Da uno stesso punto può partire più di una corda, ma due corde diverse non possono intersecarsi cioè se hanno un punto in comune questo è un estremo. Quante corde puoi tirare al massimo e perché?



Soluzione: 17.

Ecco due delle disposizioni possibili di 17 corde.



Per dimostrare che non si possono tracciare 18 corde iniziamo con l'osservare che, volendone tracciare il numero massimo possibile, vanno tracciate tutte le 10 corde che uniscono due punti adiacenti (in quanto qualunque corda aggiuntiva non le interseca). Per escludere la

possibilità di tracciarne altre 8, osserviamo che le possibili corde che uniscono due punti "saltandone uno" (e senza intersecarsi) sono solo 5 e dunque è necessario tracciare almeno una corda che unisca due punti "saltandone esattamente due o tre o quattro". Tracciamone una che ne salti **quattro**: è facile vedere che questa corda divide il cerchio in due parti in ciascuna delle quali non è possibile tracciare più di 3 corde. Tracciamone invece una che ne salti **tre**: è facile vedere che questa corda divide il cerchio in due parti tali che in una non possiamo tracciare più di 2 corde e nell'altra più di 4. Analogamente, sfruttando anche i ragionamenti appena fatti, si perviene alla conclusione voluta se ne tracciamo una che ne salti **due**.