



**Kangourou Italia**  
**Gara del 18 marzo 2010**  
**Categoria Cadet**  
**Per studenti di terza della scuola**  
**secondaria di primo grado o prima della**  
**secondaria di secondo grado**

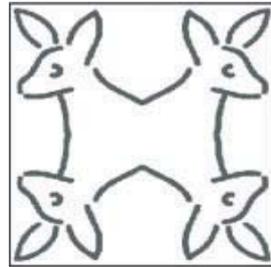


**I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno**

Cadet

1. Quanto vale  $12 + 23 + 34 + 45 + 56 + 67 + 78 + 89$ ?  
 A) 389      B) 396      C) 404      D) 405      E) Un altro numero

2. Quanti assi di simmetria si possono individuare nella figura contenuta nel quadrato a lato?  
 A) 0      B) 1      C) 2      D) 4      E) Infiniti



3. Alcuni canguri giocattolo sono confezionati singolarmente in scatole a forma di cubo e tutte le scatole sono uguali fra loro. Esattamente 64 di queste scatole sono impacchettate strettamente in una scatola di cartone, anch'essa a forma di cubo. Quanti canguri alloggiano al piano inferiore di tale scatola?

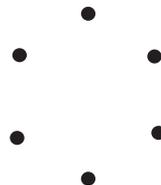
- A) 32      B) 16      C) 8      D) 4      E) 2

4. La nonna ha fatto una torta per i nipotini che verranno a trovarla nel pomeriggio, ma non si ricorda più se ne verranno 3, 5 o 6. Intende tagliarla in parti uguali prima del loro arrivo ed essere sicura che ciascun nipote riceva la stessa quantità di torta. Per essere preparata a ciascuna delle tre eventualità, in quante fette è opportuno che tagli la torta?

- A) 14      B) 15      C) 18      D) 24      E) 30

5. I punti disegnati in figura sono i vertici di un esagono regolare. Congiungendone alcuni con segmenti, puoi ottenere diverse figure geometriche, ma sicuramente non puoi ottenere

- A) un trapezio.      B) un triangolo rettangolo.  
 C) un quadrato.      D) un pentagono.  
 E) un triangolo ottusangolo.



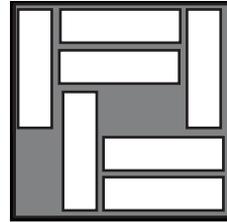
6. Ho scritto sette numeri interi consecutivi. Se la somma dei tre più piccoli è 33, quanto vale la somma dei tre più grandi?

- A) 39                      B) 37                      C) 42                      D) 48                      E) 45

7. Da un certo numero di tronchi un taglialegna ha ricavato 72 ceppi di legna da ardere. Pur segando un tronco alla volta, gli sono bastati 53 tagli. Quanti erano i tronchi all'inizio?

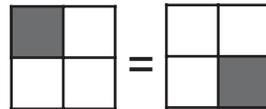
- A) 17                      B) 18                      C) 19                      D) 20                      E) 21

8. Nella scatola, che in figura vedi dall'alto, ci sono sette barrette uguali: ognuna di esse ha base rettangolare di lati 1 cm e 3 cm. È possibile far scivolare alcune barrette senza sollevarle in modo che nella scatola ci sia posto per un'altra barretta con le stesse misure? In caso di risposta affermativa, qual è il minimo numero di barrette che basta far scivolare?



- A) Sì, 2                      B) Sì, 3                      C) Sì, 4                      D) Sì, 5                      E) No, è impossibile

9. Un quadrato è suddiviso in quattro quadratini di uguale misura. Ognuno di questi quadratini deve essere colorato di bianco o di grigio. Quante sono le diverse colorazioni possibili per il quadrato? (Due colorazioni sono considerate diverse se non si possano ottenere una dall'altra ruotando il quadrato)



- A) 5                      B) 6                      C) 7                      D) 8                      E) 9

10. Sottraendo la somma dei primi 100 numeri (interi) dispari positivi dalla somma dei primi 100 numeri (interi) pari positivi si ottiene

- A) 0                      B) 1                      C) 5050                      D) 100                      E) 10100

**I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno**

11. Tre martedì di un certo mese sono giorni con data pari. In che giorno della settimana cade il 21 di quel mese?

- A) Mercoledì                      B) Martedì                      C) Venerdì  
D) Sabato                      E) Domenica

12. Qual è il più piccolo numero di due cifre che non è esprimibile come somma di tre diversi numeri di una cifra?

- A) 10                      B) 15                      C) 23                      D) 25                      E) 28



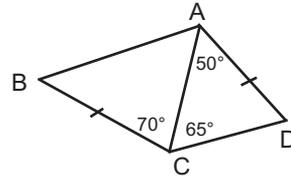
Cadet

13. Al mercato del baratto le merci vengono scambiate secondo la lista dei prezzi riportata a fianco. Renzo vuole portare a casa un'oca, un tacchino ed un gallo. Qual è il minimo numero di galline che gli basta portare al mercato?

| Per uno scambio equo |   |         |
|----------------------|---|---------|
| 1 tacchino           | ↔ | 5 galli |
| 1 oca + 2 galline    | ↔ | 3 galli |
| 4 galline            | ↔ | 1 oca   |

- A) 18                      B) 17                      C) 16                      D) 15                      E) 14

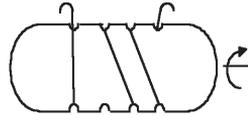
14. Nel quadrilatero ABCD i lati AD e BC sono uguali e, come indicato in figura, l'angolo DAC misura 50 gradi, l'angolo DCA misura 65 gradi, l'angolo ACB misura 70 gradi. È possibile stabilire con certezza quanti gradi misura l'angolo ABC?



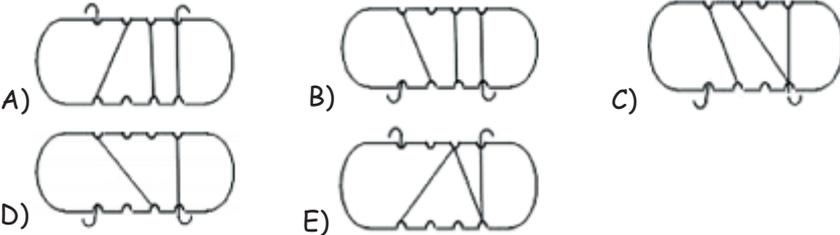
- A) Sì, 50                      B) Sì, 55                      C) Sì, 60  
D) Sì, 65                      E) No

Cadet

15. Chiara ha avvolto del filo intorno ad un cartone sagomato, come suggerito dalla figura. Poi ha ruotato il cartone di 180 gradi intorno al suo asse, come indicato in figura.



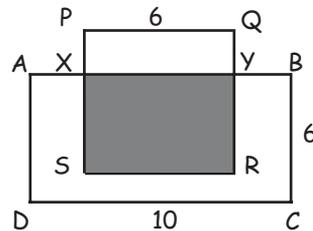
Quale delle seguenti immagini vede dopo la rotazione?



16. In una scatola ci sono 50 mattoncini, ciascuno di un solo colore: bianco, giallo o rosso. Il numero di quelli bianchi è undici volte il numero di quelli gialli e ci sono meno mattoncini rossi che bianchi, ma più rossi che gialli. Allora il numero di mattoncini rossi è inferiore al numero di mattoncini bianchi di

- A) 2                      B) 11                      C) 19                      D) 22                      E) 30

17. A lato sono raffigurati un rettangolo ABCD e un quadrato PQRS, insieme alle misure dei loro lati. La regione ombreggiata ha area metà dell'area del rettangolo ABCD. Qual è la lunghezza del segmento PX?



- A) 1                      B) 1,5                      C) 2  
D) 2,5                      E) 4



18. Qual è il più piccolo numero di rette che basta tracciare per suddividere il piano in esattamente 5 regioni?

- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6  
E) Un numero diverso dai precedenti

19. Le lettere a, b, c, d, e rappresentano dei numeri tali che

$$a - 1 = b + 2 = c - 3 = d + 4 = e - 5.$$

Quale lettera rappresenta il numero più grande?

- A) a                      B) b                      C) c                      D) d                      E) e

20. In figura è riprodotto un logo disegnato accostando archi semicircolari i cui raggi misurano 2 cm, 4 cm o 8 cm. Quale frazione del logo è ombreggiata?

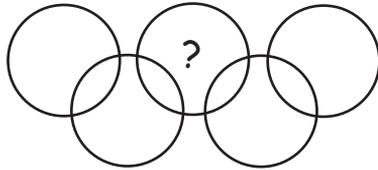
- A) 1/3                      B) 1/4                      C) 1/5  
D) 3/4                      E) 2/3



Cadet

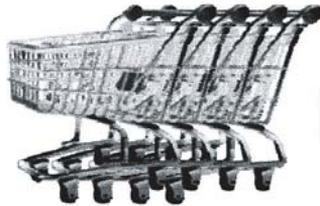
**I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno**

21. Le circonferenze rappresentate in figura delimitano al loro interno complessivamente nove regioni. In ciascuna regione si scrive uno e un solo numero da 1 a 9 in modo che tutti i numeri compaiano e che la somma dei numeri in ciascun cerchio sia esattamente 11. Quale numero deve essere scritto nella regione indicata dal punto interrogativo?



- A) 5                      B) 6                      C) 7                      D) 8                      E) 9

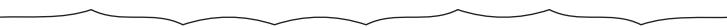
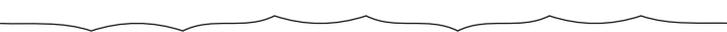
22. In un supermercato vi sono due file di carrelli tutti uguali fra loro formate nel modo usuale, cioè infilando un carrello in quello che lo precede. Una fila è formata da 10 carrelli ed è lunga 2,9 metri, l'altra da 20 carrelli ed è lunga 4,9 metri. Quanto è lungo un carrello?



- A) 0,8 m                      B) 1 m                      C) 1,1 m                      D) 1,2 m                      E) 1,4 m



23. Una lunga striscia di carta è stata piegata a metà tre volte, ogni volta senza riaprire la piegatura precedente; poi è stata riaperta e appoggiata su un tavolo: guardandola di profilo, si vedono ancora le 7 pieghe e i tratti della striscia tra essi compresi. L'aspetto della striscia di profilo può assomigliare solo a quattro delle linee disegnate sotto: quale è quella da scartare?

- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) 

Cadet

24. Hai 18 cartoncini su ciascuno dei quali sta scritto uno solo numero: 4 oppure 5. La somma di tutti i numeri sui cartoncini è divisibile per 17. Su quanti cartoncini è scritto il numero 4?

- A) 4                      B) 5                      C) 6                      D) 7                      E) 9

25. Ogni numero naturale da 1 a 10 è stato scritto una e una sola volta su una lavagna. Uno studente cancella due numeri dalla lavagna e al loro posto scrive la loro somma diminuita di uno; poi un altro studente cancella due dei numeri sulla lavagna e scrive al loro posto la loro somma diminuita di uno e così via finché sulla lavagna resta un solo numero. Il numero rimasto

- A) è minore di 11.              B) è 11.              C) è 46.              D) è più grande di 46.  
E) non è determinabile con queste sole informazioni.

26. In una città vivono solo gentiluomini e bugiardi. Ogni singola affermazione pronunciata da un gentiluomo è vera, mentre ogni singola affermazione pronunciata da un bugiardo è falsa. Alcuni abitanti sono riuniti in una stanza e tre di loro fanno, una per ciascuno, le seguenti coppie di affermazioni:

1. "Non ci sono più di tre persone in questa stanza." "Tutti noi mentiamo."
2. "Non ci sono più di quattro persone in questa stanza." "Non siamo tutti bugiardi."
3. "Ci sono cinque persone in questa stanza." "Tre di noi sono bugiardi."

Quante persone ci sono nella stanza e quanti bugiardi ci sono tra di loro?

- A) 3 persone, 1 bugiardo                      B) 4 persone, 1 bugiardo  
C) 4 persone, 2 bugiardi                      D) 5 persone, 2 bugiardi  
E) 5 persone, 3 bugiardi

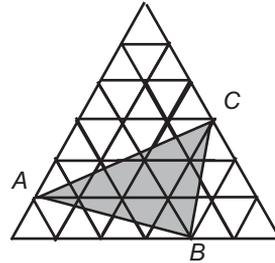


27. Andrea ha un sacco pieno di cubetti. Ognuno di essi ha lato 1 ed è colorato di un solo colore. Andrea vuole usare 27 cubetti per formare un cubo di lato 3 tale che, se due cubetti hanno almeno un vertice in comune, i loro colori siano diversi. Qual è il minimo numero di colori che gli basterà usare?

- A) 6                      B) 8                      C) 9                      D) 12                      E) 27

28. In figura vedi un triangolo equilatero grande costruito accostando 36 triangolini, pure equilateri, ciascuno di area 1 cm<sup>2</sup>. Quanti centimetri quadrati misura l'area del triangolo ABC?

- A) 11                      B) 12                      C) 15  
D) 9                      E) 10

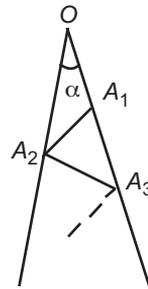


Cadet

29.  $x$  e  $y$  denotano due numeri interi positivi. Il minimo comune multiplo tra 24 e  $x$  è minore del minimo comune multiplo tra 24 e  $y$ . Allora  $\frac{y}{x}$  non può essere uguale a

- A)  $\frac{7}{8}$                       B)  $\frac{8}{7}$                       C)  $\frac{2}{3}$                       D)  $\frac{6}{7}$                       E)  $\frac{7}{6}$

30. L'angolo  $\alpha$  rappresentato in figura misura 7 gradi; i punti  $A_1, A_3, \dots$  (indice dispari) sono presi in sequenza su un lato dell'angolo, mentre i punti  $A_2, A_4, \dots$  (indice pari) sono presi in sequenza sull'altro lato in modo che i segmenti  $OA_1, A_1A_2, A_2A_3, \dots$  siano tutti distinti, ma di uguale lunghezza. Una volta fissata tale lunghezza, il valore di  $n$  per cui il punto  $A_n$  ha la massima distanza possibile da  $O$



- A) è 10.                      B) è 11.  
C) è 12.                      D) è 13.  
E) non esiste poiché la costruzione può essere prolungata quanto si vuole.



**2010**  
**Categoria Cadet**

1. Risposta **C)** Trattandosi di una progressione aritmetica, la somma del primo e dell'ultimo termine, del secondo e del penultimo, e così via, sono uguali:  $12 + 89 = 101$ . Quindi la somma di tutti i termini vale  $4 \times 101 = 404$ .
2. Risposta **C)** Due, solo gli assi del quadrato, dato che i musci non sono simmetrici rispetto alle diagonali.
3. Risposta **B)** Posta 1 la lunghezza dello spigolo delle 64 scatole di canguri, la lunghezza dello spigolo della scatola grande di cartone è chiaramente 4. Allora il suo piano inferiore ospita  $4 \times 4$  scatole di canguri.
4. Risposta **E)** Occorre e basta che il numero di parti sia divisibile per ciascuno dei tre numeri 3, 5, 6 e 30 è il minimo comune multiplo di tre numeri.
5. Risposta **C)** Detti A, B, C, D, E, F i vertici dell'esagono (partendo da uno qualunque di essi e attribuendo lettere consecutive a vertici consecutivi in senso, ad esempio, orario), ABCF individua un trapezio, ACF un triangolo rettangolo (infatti C e F sono vertici diametralmente opposti), ABCDF un pentagono, ABC un triangolo ottusangolo. Non è invece possibile ottenere un quadrato: almeno due vertici consecutivi del quadrato dovrebbero essere vertici consecutivi dell'esagono, dunque quadrato ed esagono dovrebbero avere il lato della stessa lunghezza.
6. Risposta **E)** Se si scrivono i numeri nella forma  $k - 3, k - 2, k - 1, k, k + 1, k + 2, k + 3$  (con  $k$  opportuno), si vede che la somma dei primi tre è  $3k - 6$  mentre quella degli ultimi 3 è  $3k + 6$ : quindi le due somme differiscono di 12.
7. Risposta **C)** Da ogni tronco ha ricavato un ceppo in più rispetto al numero di tagli operati sul tronco stesso. Visto che rispetto al numero di tagli (53) ci sono 19 ceppi in più significa che la cosa è successa 19 volte, dunque inizialmente c'erano 19 tronchi.
8. Risposta **B)** Basta far scivolare in basso di 2 cm la barretta verticale in alto a sinistra e far scivolare a sinistra di 1 cm le due barrette orizzontali in alto: vicino alla barretta verticale a destra rimane il posto per l'ottava barretta. Dal momento che, se vengono fatte scivolare meno di tre barrette, queste devono necessariamente essere scelte fra le tre di cui sopra, è chiaro che con meno di tre barrette non si può raggiungere lo scopo.

9. Risposta **B**) Oltre alle due colorazioni interamente bianca o grigia, ci sono le due colorazioni con un solo quadratino bianco o grigio e le due colorazioni con due quadratini per ciascun colore, accostati per colore oppure a scacchiera.

10. Risposta **D**) Per ogni intero pari positivo c'è esattamente un dispari positivo più piccolo di esso di una unità.

11. Risposta **E**) Se  $N$  è la data del primo martedì,  $N+14$  deve essere la data del secondo e  $N+28$  la data del terzo. Dovendo  $n$  essere pari, l'unica possibilità è che sia  $N=2$ : allora anche il 23 del mese è martedì, per cui il 21 cade di domenica.

12. Risposta **D**) Ogni numero fino a 24 di può scrivere come somma di tre numeri diversi di una cifra. Per i multipli di 3 è banale [ $3k = (k-1)+k+(k+1)$ ]; per gli altri numeri si ha  $10=2+3+5$ ,  $11=2+3+6$ ,  $13=2+3+8$ ,  $14=2+3+9$ ,  $16=3+4+9$ ,  $17=3+5+9$ ,  $19=3+7+9$ ,  $20=4+7+9$ ,  $22=6+7+9$ ,  $23=6+8+9$ . Invece per scrivere 25 come somma di 3 numeri di una cifra bisogna ripeterne uno:  $25=8+8+9$  oppure  $25=7+9+9$ .

13. Risposta **C**) Dalla lista dei prezzi si deduce che 6 galline valgono 3 galli e quindi: 1 gallo vale 2 galline; 1 oca vale 4 galline; 1 tacchino vale 10 galline. Per portare a casa tutti e tre Renzo deve quindi portare  $2+4+10 = 16$  galline.

14. Risposta **B**) Il triangolo  $ACD$  è isoscele con vertice in  $A$  (poiché l'angolo  $CDA$  misura  $180-50-65=65$  gradi). Quindi  $BC=AD=AC$ , cioè il triangolo  $ABC$  è isoscele con vertice in  $C$  e quindi ciascuno dei suoi due angoli alla base misura  $(180-70)/2=55$  gradi.

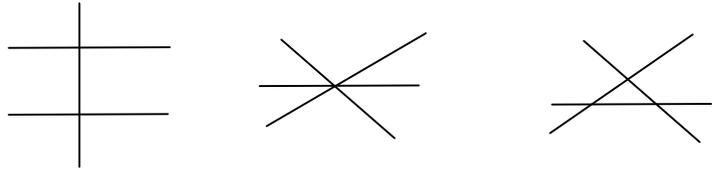
15. Risposta **B**) Sicuramente i capi del filo devono essere rivolti verso il basso (il che esclude  $A$  ed  $E$ ) e il filo passa in due incavi in basso, oltre a quelli da cui escono i capi del filo (il che esclude  $C$  e  $D$ ). È poi facile controllare la coerenza dei restanti dettagli su  $B$ ).

16. Risposta **C**) Chiaramente il numero dei mattoncini gialli può essere solo 1, 2, 3 o 4. Se ci fossero 4 mattoncini gialli (e quindi 44 bianchi) il numero di mattoncini rossi (2) sarebbe minore del numero dei gialli. Se ci fossero solo 2 mattoncini gialli (e quindi 22 bianchi) il numero di mattoncini rossi (26) sarebbe maggiore del numero dei bianchi. Situazione analoga se ci fosse un solo mattoncino giallo. Quindi devono esserci esattamente 3 mattoncini gialli, da cui 33 bianchi e 14 rossi: la differenza tra questi ultimi due numeri è 19.

In termini simbolici: se  $k$  è il numero di mattoncini gialli,  $50-12k$  è il numero di quelli rossi e si deve avere  $k < 50 - 12k < 11k$ , cioè  $13k < 50 < 23k$  ossia,  $k$  intero con  $50/23 < k < 50/13$ , che significa  $k = 3$ .

17. Risposta **A)** L'area del quadrato vale 36, quella del rettangolo vale 60 e quindi quella della regione ombreggiata vale 30; dunque la parte non ombreggiata del quadrato ha area 6 il che implica, dato che  $PQ$  è lungo 6, che  $PX$  è lungo 1.

18. Risposta **B)** Quattro rette parallele suddividono il piano in 5 regioni e non di più, poiché non si intersecano mai.  $N$  rette, con  $N < 4$ , se parallele suddividono il piano in  $N+1$  regioni (e quindi sono troppo poche); se incidenti individuano 4 regioni quando  $N=2$  oppure, quando  $N=3$ , 6 o 7 regioni (vedi figure).



19. Risposta **E)** È ovvio che, se devono valere le quattro uguaglianze, il numero da cui si sottrae di più deve essere il più grande, così come quello a cui si addiziona di più deve essere il più piccolo. Una dimostrazione formale si può ottenere ricavando  $a, b, c,$  e in funzione di  $d$ . Si ottiene  $a=d+5, b=d+2, c=d+7, e=d+9$ , quindi deve essere  $d < b < a < c < e$ .

20. Risposta **B)** La parte ombreggiata è costituita da un semicerchio di raggio 2 cm unito a quanto resta di un semicerchio di raggio 4 cm quando si toglie un semicerchio di raggio 2 cm: la sua area è dunque quella del semicerchio di raggio 4 cm. Similmente l'intero logo è costituito da un semicerchio di raggio 4 cm unito a quanto resta di un semicerchio di raggio 8 cm quando si toglie un semicerchio di raggio 4 cm: la sua area è quella del semicerchio di raggio 8 cm. Essendo il raggio la metà, l'area della figura ombreggiata è  $1/4$  del totale.

21. Risposta **B)** È ovvio che il numero più grande (9) va scritto in una delle regioni più esterne dove gli si deve sommare un solo numero. Messo 9 in alto a sinistra (le regioni sono disposte simmetricamente rispetto a quella con il punto di domanda), nella restante regione del cerchio va messo 2. Ora nelle partizioni di 11 come somma di 3 interi non negativi

$11 = 0+2+9 = 0+3+8 = 0+4+7 = 0+5+6 = 1+2+8 = 1+3+7 = 1+4+6 = 2+3+6 = 2+4+5$   
 gli addendi 5, 7, 8 compaiono due volte ciascuno ed in una delle due volte compaiono sommati a zero: questo significa che non possono essere inseriti in uno spicchio comune a due cerchi, a meno che al passaggio successivo non ci siano più numeri da

inserire. Quindi se voglio proseguire la catena iniziata con 9, 2 inserendo 1, 2, 8, dovrò metterli nell'ordine 9, 2, 8, 1, in modo da poter legare poi una delle due partizioni 1, 7, 3 (che si scarta subito poiché è possibile legare 3 solo con coppie contenenti 8 o 2, che sono numeri antecedenti nella catena) o 1, 4, 6. La catena 9, 2, 8, 1, 4, 6 può proseguire solo con 6, 5 (l'altra partizione che contiene 6 contiene anche 2) ma anche 9, 2, 8, 1, 6, 4 può proseguire solo con 4, 7 (l'altra partizione che contiene 4 contiene anche 2). Quindi la scelta di proseguire la catena 9, 2 con 8, 1 non è felice. Questo implica che per forza 8 debba essere inserito nel cerchio in alto a destra, insieme a 3 nello spicchio comune. Quindi la catena si presenta così: 9, 2, ..., 3, 8. Il terzo numero nella catena deve essere scelto in una partizione che contenga 2 ma non 8, 9 e 3: quindi nella partizione 2, 4, 5 e, per l'osservazione già fatta, 5 non può stare nello spicchio. È ora facile convincersi che l'unico modo possibile di completare la sequenza è 9, 2, 5, 4, 6, 1, 7, 3, 8.

22. Risposta **C**) Quando un carrello A è infilato in un carrello uguale B, la lunghezza della coppia è uguale alla lunghezza x del carrello sommata alla lunghezza y della parte di A che deborda da B. Stando alle nostre informazioni (e lavorando in metri), deve essere  $x + 9y = 2,9$  e  $x + 19y = 4,9$ . Sottraendo membro a membro si ottiene  $10y = 2$  e quindi  $x = 1,1$ .

23. Risposta **D**) Il problema sta tutto nel decifrare la figura: avendo a che fare con una struttura non rigida, le simmetrie possono in parte nascondersi. Però sicuramente si rilevano i punti (corrispondenti alla piegatura) che stanno più in basso, diciamo attaccati al tavolo e quelli che stanno più in alto: per comodità chiamiamo tali punti rispettivamente minimi (m) e massimi (M).

Nel fare le piegature, il quarto punto-piega (quello centrale) funziona da centro di simmetria per tutta la figura: quindi se a sinistra di tale punto c'è un minimo a destra deve esserci un massimo e viceversa. Similmente il secondo punto-piega (da sinistra) funziona da centro di simmetria per la metà sinistra della figura e il sesto punto-piega (da sinistra) funziona da centro di simmetria per la metà destra. Nelle figure si hanno le seguenti sequenze di M e m (sottolineati i centri di simmetria):

A) m m M m m M M : ok

B) M m m m M M m : ok

C) M m m M M M m : ok

D) m M m m M m M : due errori relativi ai centri di simmetria 2 e 6

E) m m M M m M M : ok

24. Risposta **B)** Siano  $n$  (con  $n < 19$ ) i cartoncini su cui è scritto 4; allora gli altri sono  $18 - n$  e quindi  $4n + 5(18 - n) = 90 - n$  deve essere divisibile per 17. Questo è certamente vero per  $n = 5$ . Non ci sono altre soluzioni possibili al nostro problema poiché è bensì vero che, se  $n = 5 + 17k$  (con  $k = 1, 2, 3, 4$ ),  $90 - n$  è divisibile per 17, ma  $n$  risulta maggiore di 18.

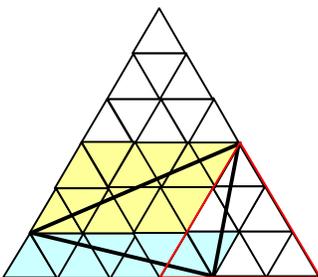
25. Risposta **C)** L'operazione di somma è associativa e commutativa e quindi non è importante in quale ordine vengano compiute le somme (e successive sottrazioni di un'unità). I passaggi fatti sono 9 e quindi la somma finale è  $1 + 2 + \dots + 10 - 9 = 46$ .

26. Risposta **C)** La prima coppia è certamente pronunciata da un mendace, poiché un gentiluomo non potrebbe asserire di mentire; allora la seconda affermazione è falsa e quindi lo è anche la prima: ne segue che ci sono più di tre persone nella stanza. La seconda e la terza coppia si contraddicono nella prima affermazione (non più di 4/esattamente 5), quindi almeno una delle due è pronunciata da un mendace. Se la seconda fosse pronunciata da un mendace, tutti i presenti sarebbero mentitori, ma in questo caso il primo avrebbe fatto una affermazione vera, impossibile essendo un mendace. Quindi il secondo è un gentiluomo ed è mendace chi pronuncia la terza coppia.

27. Risposta **B)** 8 colori sono necessari poiché ogni vertice del cubetto centrale è condiviso da 8 cubetti diversi. D'altra parte sono anche sufficienti; basta ad es. colorare i tre strati di cubetti come segue (i colori disponibili sono stati numerati da 1 a 8):

|            |   |   |   |            |   |   |   |            |   |   |   |
|------------|---|---|---|------------|---|---|---|------------|---|---|---|
| 1° strato: | 2 | 1 | 2 | 2° strato: | 6 | 5 | 6 | 3° strato: | 2 | 1 | 2 |
|            | 3 | 4 | 3 |            | 7 | 8 | 7 |            | 3 | 4 | 3 |
|            | 2 | 1 | 2 |            | 6 | 5 | 6 |            | 2 | 1 | 2 |

28. Risposta **A)**



L'area del triangolo ABC può essere pensata come la differenza tra l'area del triangolo grande ( $36 \text{ cm}^2$ ) e quella dei triangoli che nella figura assegnata non sono ombreggiati. L'area di questi ultimi si ricava bene visualizzando nel triangolo equilatero grande due parallelogrammi A e G (in figura dipinti di azzurro e giallo) e il triangolo equilatero T avente lato metà di quello grande (in figura ne è bordato di rosso quello più utile per il calcolo).

L'area del triangolo non ombreggiato in alto è la somma dell'area del triangolo T e di metà dell'area parallelogramma G:  $9 + 6 = 15 \text{ cm}^2$ ; l'area del triangolo non ombreggiato

in basso a sinistra è metà dell'area del parallelogramma A:  $8/2 = 4 \text{ cm}^2$ ; l'area del triangolo in basso a destra è  $2/3$  dell'area del triangolo T (avendo ugual altezza e base pari a  $2/3$ ):  $9 \times 2/3 = 6 \text{ cm}^2$ . Quindi l'area di ABC è  $36 - 15 - 4 - 6 = 11 \text{ cm}^2$ .

29. Risposta **D**) Ricordiamo che:

- $\frac{y}{x}$  coincide con una frazione assegnata se e solo se  $y$  è multiplo del numeratore e  $x$  del denominatore di tale frazione secondo uno stesso fattore  $d$ ;
- il mcm di due interi si trova facendo il prodotto dei fattori primi (comuni e non) dei due numeri alla massima potenza presente.

Quindi:

A)  $\frac{y}{x} = \frac{7}{8}$  : basta prendere  $x = 8, y = 7$  per trovare  $\text{mcm}(8, 24) = 24 < \text{mcm}(7, 24) =$

$$7 \times 24;$$

B)  $\frac{y}{x} = \frac{8}{7}$  : basta prendere  $x = 7 \times 24, y = 8 \times 24$  per trovare

$$\text{mcm}(7 \times 24, 24) = 7 \times 24 < 8 \times 24 = \text{mcm}(8 \times 24, 24);$$

C)  $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$  : basta prendere  $x = 24, y = 16$  per trovare

$$\text{mcm}(24, 24) = 24 < 2 \times 24 = \text{mcm}(16, 24);$$

D)  $\frac{y}{x} = \frac{6}{7} \Leftrightarrow x = 7d, y = 6d$ . Quindi  $\text{mcm}(x, 24) = \text{mcm}(7d, 24) = 7\text{mcm}(d, 24)$  mentre

$$\text{mcm}(y, 24) = \text{mcm}(6d, 24) = 6\text{mcm}(d, 4) \text{ e, dato che } \text{mcm}(d, 4) \leq \text{mcm}(d, 24), \text{ il primo minimo comune multiplo risulta maggiore del secondo, contro quanto richiesto;}$$

E)  $\frac{y}{x} = \frac{7}{6}$  : basta prendere  $x = 6 \times 24, y = 7 \times 24$  per trovare

$$\text{mcm}(6 \times 24, 24) = 6 \times 24 < 7 \times 24 = \text{mcm}(7 \times 24, 24).$$

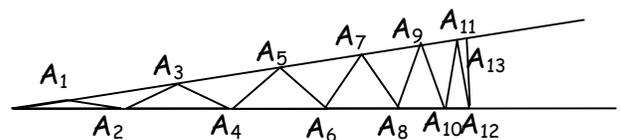
30. Risposta **D**) La somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$  : quindi la costruzione si blocca per il valore di  $n$  tale che la somma dell'angolo alla base  $A_{n-3}A_{n-1}A_{n-2}$  e dell'angolo al vertice  $A_{n-2}A_{n-1}A_n$  di due triangoli isosceli consecutivi è minore o uguale ad un angolo retto (poiché il supplementare  $A_nA_{n-1}A_{n+1}$ , che dovrebbe essere alla base del successivo triangolo isoscele, non sarebbe acuto).

Chiamiamo  $\alpha_{n-1}$  la misura in gradi dell'angolo  $A_nA_{n-1}A_{n+1}$ .

$$\alpha_1 = (2 \times 7) = 14.$$

Per  $n > 2$  si ha:  $\alpha_{n-1} = 2\alpha_{n-2} - \alpha_{n-3}$  e quindi  $\alpha_2 = (2 \times 14 - 7) = (3 \times 7) = 21$  e più in generale  $\alpha_{n-1} = 7n$ .

$7n$  è maggiore di  $90$  per  $n = 13$ . Il che significa che si può ancora individuare  $A_{13}$ , e  $OA_{13}$  è più lungo di  $OA_{12}$  poiché l'angolo



$OA_{12}A_{13}$  opposto al primo misura 89 gradi, mentre quello opposto  $OA_{13}A_{12}$  al secondo misura solo 84 gradi.