



LIVELLO BENJAMIN

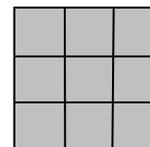
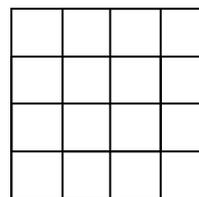
FOGLIO PER IL CONCORRENTE. ATTENZIONE: TUTTE LE RISPOSTE DEVONO ESSERE MOTIVATE!

B1. (5 punti) Un triangolo equilatero e un quadrato hanno lo stesso perimetro. Sommando la lunghezza del lato del quadrato a quella del lato del triangolo si ottiene 21 centimetri. Quanto è lungo il lato del quadrato?

B2. (7 punti) Qui sotto hai una griglia 4×4 e, fianco, una griglia 3×3 . Hai a disposizione solo i numeri 1 e 2. Ti chiediamo se è possibile metterne uno e uno solo in ciascuna delle caselle della griglia 4×4 in modo che si verifichino entrambe le seguenti circostanze:

- la somma di tutte le cifre che hai inserito non sia maggiore di 17;
- per ciascuna delle griglie 3×3 contenute nella griglia 4×4 , la somma di tutte le cifre che vi risultano inserite non sia minore di 10.

Se non è possibile, spiega il motivo; se è possibile, mostra in che modo riempiendo la griglia 4×4 .



B3. (11 punti) Pierino deve salire una scalinata composta da più di 1000 gradini. Sale saltando due gradini alla volta (cioè facendo i gradini tre a tre) partendo dalla base della scala (dunque il primo gradino della scala su cui mette piede è il numero 3), ma quando mette il piede su un gradino pari scende di uno per poi continuare la sua salita. Toccherà il gradino numero 699?

B4. (14 punti) La nonna ha un orologio di tipo tradizionale, con le ore da 1 a 12, che fa i capricci. Ieri quando sono arrivato da lei segnava le 9.30. La nonna mi ha detto: "A mezzogiorno segnava l'ora esatta, da mezzogiorno in poi, per la prima metà del tempo l'orologio ha corso al doppio della velocità giusta e per la seconda metà del tempo ha corso alla metà della velocità giusta". A che ora sono arrivato dalla nonna?

B5. (18 punti) Per ogni intero positivo n con meno di 10 cifre, definiamo numero "sommario di n " il numero di 3 cifre ABC dove A , B e C sono rispettivamente il numero di tutte le cifre, delle cifre dispari e delle cifre pari di n . (Per esempio, il sommario di 2010 è 413). Quanti sono i numeri n tali che il sommario di n sia 321?

B6. (22 punti) Due giocatori hanno a disposizione una griglia quadrata 2010×2010 e una pila (praticamente inesauribile) di monete. Il gioco consiste nel mettere a turno una moneta in un quadrato della griglia, cercando di fare in modo che quattro monete vengano a determinare i vertici di un rettangolo con i lati paralleli ai lati della griglia. Vince il primo giocatore che, in presenza di tre monete già collocate, mette la quarta così da realizzare il rettangolo. Esiste una strategia vincente? In caso affermativo, a vantaggio di quale dei due giocatori: il primo o il secondo a giocare?



Kangourou della Matematica 2010
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 10 maggio 2010



LIVELLO BENJAMIN

B1. (5 punti) Un triangolo equilatero e un quadrato hanno lo stesso perimetro. Sommando la lunghezza del lato del quadrato a quella del lato del triangolo si ottiene 21 centimetri. Quanto è lungo il lato del quadrato?

Soluzione: 9 centimetri.

Se il quadrato - che ha quattro lati uguali - e il triangolo equilatero - che ha tre lati uguali - hanno lo stesso perimetro, la misura del lato del quadrato deve essere $\frac{3}{4}$ della misura del lato del triangolo e quindi $\frac{3}{7}$ della misura complessiva (21 cm).

B2. (7 punti) Qui sotto hai una griglia 4×4 e, a fianco, una griglia 3×3 . Hai a disposizione solo i numeri 1 e 2. Ti chiediamo se è possibile metterne uno e uno solo in ciascuna delle caselle della griglia 4×4 in modo che si verifichino entrambe le seguenti circostanze:

- la somma di tutte le cifre che hai inserito non sia maggiore di 17;
- per ciascuna delle griglie 3×3 contenute nella griglia 4×4 , la somma di tutte le cifre che vi risultano inserite non sia minore di 10.

Se non è possibile, spiega il motivo; se è possibile, mostra in che modo riempiendo la griglia 4×4 .

Soluzione: è possibile, ad esempio riempiendo la griglia nel modo seguente.



1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	2	1
1	1	1	1

B3. (11 punti) Pierino deve salire una scalinata composta da più di 1000 gradini. Sale saltando due gradini alla volta (cioè facendo i gradini tre a tre) partendo dalla base della scala (dunque il primo gradino della scala su cui mette piede è il numero 3), ma quando mette il piede su un gradino pari scende di uno per poi continuare la sua salita. Toccherà il gradino numero 699?

Soluzione: sì.

Quando Pierino mette il piede su un gradino di numero p pari, i gradini successivi saranno nell'ordine:

- il gradino dispari precedente,
- il primo gradino pari dopo p ,
- il gradino dispari successivo a p .

Questo significa che, se Pierino mette il piede su un gradino pari, dovrà mettere poi piede su tutti i successivi (tranne eventualmente l'ultimo se il numero dei gradini è dispari). Ora basta osservare che Pierino deve mettere piede per esempio sul gradino 6.

B4. (14 punti) La nonna ha un orologio di tipo tradizionale, con le ore da 1 a 12, che fa i capricci. Ieri quando sono arrivato da lei segnava le 9.30. La nonna mi ha detto: "A mezzogiorno segnava l'ora esatta, da mezzogiorno in poi, per la prima metà del tempo l'orologio ha corso al doppio della velocità giusta e per la seconda metà del tempo ha corso alla metà della velocità giusta". A che ora sono arrivato dalla nonna?

Soluzione: alle 7.36 di sera.

A metà del tempo trascorso da mezzogiorno all'ora di arrivo l'orologio segnava l'ora che avrebbe dovuto segnare al mio arrivo; da allora al mio arrivo è andato avanti di un quarto del tempo trascorso da mezzogiorno. In definitiva, i 570 minuti che intercorrono fra mezzogiorno e le 9.30 corrispondono a 5 quarti del tempo davvero trascorso da mezzogiorno. Dunque se divido 570 per 5 trovo i minuti (114) che devo togliere per avere il tempo davvero trascorso che è dunque $570 - 114 = 456$ minuti, cioè 7 ore e 36 minuti.

B5. (18 punti) Per ogni intero positivo n con meno di 10 cifre, definiamo numero "sommario di n " il numero di 3 cifre ABC dove A , B e C sono rispettivamente il numero di tutte le cifre, delle cifre dispari e delle cifre pari di n . (per esempio, il sommario di 2010 è 413). Quanti sono i numeri n tali che il sommario di n sia 321?

Soluzione: 350.

I numeri con sommario 321 hanno tre cifre, di cui due dispari, che indichiamo con D e una pari che indichiamo con P .

I numeri della forma DDP sono 125, quelli della forma DPD 125 mentre quelli della forma PDD sono 100.

B6. (22 punti) Due giocatori hanno a disposizione una griglia quadrata 2010×2010 e una pila (praticamente inesauribile) di monete. Il gioco consiste nel mettere a turno una moneta in un quadrato della griglia, cercando di fare in modo che quattro monete vengano a determinare i vertici di un rettangolo con i lati paralleli ai lati della griglia. Vince il primo giocatore che, in presenza di tre monete già collocate, mette la quarta così da realizzare il rettangolo. Esiste una strategia vincente? In caso affermativo, a vantaggio di quale dei due giocatori: il primo o il secondo a giocare?

Soluzione: esiste, a vantaggio del secondo.

È sufficiente ripartire le colonne della griglia in 1005 coppie (ad esempio la prima con la seconda, la terza con la quarta e così via). Quando il primo giocatore inserisce una moneta, egli individua una coppia di colonne: allora il secondo ne inserisce un'altra nella casella adiacente appartenente alla stessa riga e alla colonna rimasta libera fra le due della coppia individuata. Dopo al più 1005 mosse il primo giocatore è costretto a mettere una moneta in una colonna dove ve ne è già una: a quel punto il secondo giocatore può realizzare la disposizione rettangolare.