Kangourou Italia
Gara del 19 marzo 2009
Categoria Student
Per studenti di quarta o quinta della secondaria di secondo grado

I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

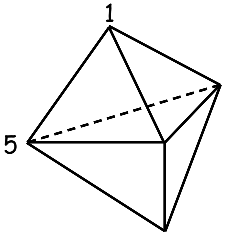
1. In un acquario ci sono 200 pesci: l'1% di essi è blu, mentre tutti gli altri sono gialli. Quanti pesci gialli dobbiamo togliere dall'acquario se vogliamo che i pesci blu siano il 2% di tutti i pesci rimasti?
A) 2 B) 4 C) 20 D) 50 E) 100

2. Qual è il più grande tra i seguenti numeri?
A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ C) $\sqrt{4} - \sqrt{3}$
D) $\sqrt{5} - \sqrt{4}$ E) $\sqrt{6} - \sqrt{5}$

3. Per quanti valori interi positivi di n il numero $n^2 + n$ è un numero primo?
A) 0 B) 1 C) 2
D) Un numero finito, ma maggiore di 2. E) Infiniti.

4. Maria, Guglielmo e Oscar sono stati in pizzeria. Ciascuno di essi ha preso una pizza quattro stagioni, due lattine di birra e una fetta di torta. Naturalmente le pizze hanno tutte lo stesso prezzo, e così pure le lattine di birra e le fette di torta. Quale dei seguenti importi può essere il totale pagato dai tre amici?
A) 39,20 B) 38,20 C) 37,20
D) 36,20 E) 35,20

5. Il solido in figura ha 6 facce, tutte triangolari. Ad ogni suo vertice viene associato un numero in modo che la somma dei numeri associati ai tre vertici di ogni singola faccia sia la stessa per tutte le facce. La figura indica i numeri associati a due dei vertici. Quanto vale la somma di tutti i numeri impiegati?
A) 9 B) 12 C) 17
D) 18 E) 24

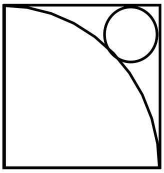


6. Due circonferenze, una di centro F e raggio 13 e l'altra di centro G e raggio 15, si intersecano nei punti P e Q. Se la lunghezza della corda PQ è 24, quale è la lunghezza del segmento FG?
A) 2 B) 5 C) 9 D) 14 E) 18

7. Una scatola contiene 2 calze bianche, 3 calze rosse e 4 calze blu. Lisa sa che un terzo delle calze sono bucate, ma non sa di quale colore siano. Prende a caso le calze dalla scatola: quante deve prenderne per essere sicura di avere almeno un paio di calze non bucate e dello stesso colore?

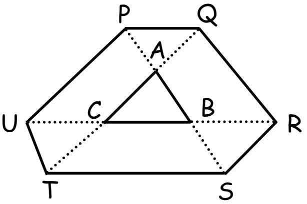
A) 2 B)3 C) 6 D) 7 E) 8

8. La circonferenza disegnata nel quadrato in figura è esternamente tangente a un quarto di circonferenza di raggio 1 e a due lati del quadrato. Qual è il suo raggio?



A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $(1-\sqrt{2})^2$

9. I lati del triangolo ABC vengono prolungati ciascuno da entrambe le parti, generando punti P, Q, R, S, T e U tali che $|PA| = |AB| = |BS|$, $|TC| = |CA| = |AQ|$ e $|UC| = |CB| = |BR|$. Se l'area di ABC è 1, qual è l' area dell' esagono PQRSTU?



A) 12 B) 10

C) 9 D) 13

E) Le informazioni non sono sufficienti per rispondere.

10. Vogliamo colorare le celle della griglia in figura usando i quattro colori diversi X, Y, Z, W in modo che due celle che sono a contatto non ricevano mai lo stesso colore (due celle si considerano a contatto se hanno in comune almeno un vertice). La figura mostra che alcuni colori sono già stati assegnati. Con quali colori può essere colorata la cella ombreggiata?

X	Y			
Z	W			
		Y		
Y				

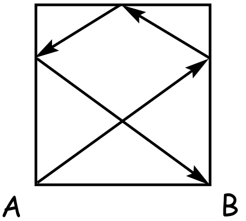
A) Solo Y. B) Solo Z. C) Solo W.

D) Indifferentemente Z o W.

E) Non è possibile realizzare la colorazione.

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. Su un tavolo da biliardo, quadrato e con lato 2, viene lanciata una palla dall'angolo A. La palla tocca tre lati come mostrato in figura, e termina la sua corsa nell'angolo B. Quanto è lungo il percorso compiuto dalla palla? (Si ricorda che l'angolo di incidenza ha la stessa ampiezza dell'angolo di riflessione.)

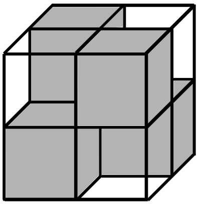


A) 7 B) $2\sqrt{13}$ C) 8

D) $4\sqrt{3}$ E) $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

12. 2009 canguri, alcuni col pelo chiaro e altri con il pelo scuro, hanno misurato le loro altezze. Ci sono: un canguro chiaro che è più alto di esattamente 8 canguri scuri, un canguro chiaro che è più alto di esattamente 9 canguri

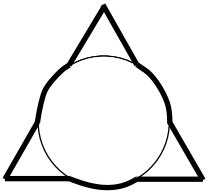
scuri, un canguro chiaro che è più alto di esattamente 10 canguri scuri, e così via, e uno e un solo canguro chiaro è più alto di tutti i canguri scuri. Quanti sono i canguri chiari?
A) 1000 B) 1001 C) 1002 D) 1003
E) La situazione non può verificarsi.



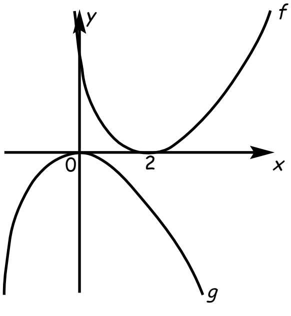
13. Un cubo il cui spigolo misura 2 è costituito da 8 cubetti di spigolo 1, quattro trasparenti e quattro non trasparenti, disposti in modo che non sia possibile vedere attraverso il cubo, né dal lato frontale , né da sopra a sotto né da destra a sinistra (v.figura). Vogliamo costruire un cubo di spigolo 3 accostando sempre cubetti di spigolo 1 e in modo che, esattamente come sopra, non sia possibile vedere attraverso il cubo. Qual è il numero minimo di cubetti non trasparenti che ci consente di riuscirci?
A) 6 B) 9 C) 10 D) 12 E) 18

14. Su un'isola vivono due categorie di persone: i sinceri, che non mentono mai, e i bugiardi, che mentono sempre. Su quest'isola ci sono 25 persone in fila. Ognuno, tranne il primo della fila, dice che la persona davanti a lui nella fila è un bugiardo mentre il primo dice che tutti quelli dietro di lui sono bugiardi. Quanti bugiardi ci sono nella fila?
A) 24 B) 13 C) 12 D) 0
E) Non si può stabilire.

15. Qual è l'ultima cifra del numero $1^2 - 2^2 + \ldots - 2008^2 + 2009^2$?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



16. Sovrapponiamo un triangolo equilatero con il lato lungo 3 ad un cerchio di raggio 1 in modo che i centri delle due figure coincidano (v. figura). Quanto è lungo il perimetro della figura che otteniamo?
A) $3 + 2\pi$ B) $9 + \pi/3$
C) 3π D) $9 + \pi$
E) Un valore diverso dai precedenti.

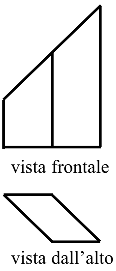


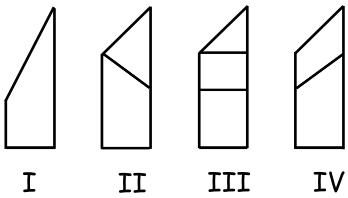
17. f e g sono due funzioni reali di variabile reale, tali che i loro grafici (sottoinsiemi di R^2) possano essere sovrapposti mediante un opportuno movimento rigido in R^3. La figura mostra la loro posizione relativa. Qual è la relazione tra f e g?
A) $g(x) = f(x + 2)$ B) $g(x) = -f(x - 2)$
C) $g(x) = -f(2 - x)$
D) $g(-x) = -f(2 - x)$
E) $g(2 - x) = -f(x)$

18. A ciascuno dei 100 partecipanti ad una gara di Matematica sono stati proposti 4 problemi. 90 ragazzi hanno risolto il primo problema correttamente, 85 il secondo, 80 il terzo e 70 il quarto. Qual è il più grande valore di n per il quale posso affermare con certezza che almeno n ragazzi hanno risolto correttamente tutti e quattro i problemi ?

A) 10 B) 15 C) 20 D)25 E) 30

19. Nelle prime due figure, per un solido geometrico sono schematizzate l'immagine frontale (il segmento verticale centrale indica uno spigolo) e l'immagine dall'alto. Quale delle altre figure può essere la visione schematizzata del solido dal lato sinistro?





A) La figura I.
B) La figura II. C) La figura III.
D) La figura IV. E) Nessuna di esse.

20. Quanti sono i numeri di dieci cifre contenenti solo le cifre 1, 2 e 3 nei quali due qualsiasi cifre adiacenti differiscono di 1?

A) 16 B) 32 C) 64 D) 80 E) 100

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

Student

21. Sia N il numero dei numeri di 8 cifre che hanno tutte le cifre non nulle e diverse tra loro. Quanti sono i numeri di 8 cifre che hanno tutte le cifre non nulle, diverse tra loro, e che sono divisibili per 9?

A) $\frac{N}{8}$ B) $\frac{N}{3}$ C) $\frac{N}{9}$ D) $\frac{8N}{9}$ E) $\frac{7N}{8}$

22. Due podisti, A e B, corrono, ciascuno a velocità costante, lungo una pista circolare. A corre più veloce di B ed impiega 3 minuti per fare un giro completo della pista. A e B partono insieme e dopo 8 minuti A raggiunge B per la prima volta. Quanto impiega B a fare un giro completo della pista?

A) 6 minuti B) 7 minuti e 52 secondi
C) 4 minuti e 20 secondi D) 4 minuti e 48 secondi
E) 4 minuti e 30 secondi

23. Dobbiamo costruire una tabella 3 x 3 di numeri reali in cui la somma degli elementi sia la stessa per righe, per colonne e per diagonali. Due dei numeri ci sono stati imposti e sono collocati come in figura. Che numero dobbiamo collocare nella posizione a ?

a		
		47
	63	

A) 16 B) 51 C) 54 D) 55 E) 110

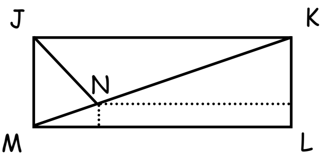
24. Quanti sono gli interi $n \geq 3$ per i quali esiste un poligono convesso di n lati tale che i suoi angoli siano proporzionali ai numeri 1, 2, …, n ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) Più di 5

25. 55 alunni partecipano ad un gara di Matematica che consiste nel rispondere ad alcuni quesiti. La valutazione degli elaborati viene fatta redigendo una stringa di "+", "-" e "0", che stanno ad indicare rispettivamente risposta corretta, risposta errata, nessuna risposta. Alla fine della valutazione risulta che non ci sono due stringhe con lo stesso numero di "+" e di "-" . Qual è il numero minimo di quesiti che deve essere stato assegnato perché questo possa accadere?

A) 6 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

26. In un rettangolo JKLM, la bisettrice dell'angolo KJM interseca la diagonale KM nel punto N. Le distanze di N dai lati LM e KL sono rispettivamente 1 ed 8. Qual è la lunghezza di LM ?



A) $8 + 2\sqrt{2}$ B) $11 - \sqrt{2}$

C) 10 D) $8 + 3\sqrt{2}$ E) $11 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Student

27. Per quanti diversi valori del parametro reale k il sistema di equazioni in x, y, z $\quad k = \dfrac{x}{y+z} = \dfrac{y}{z+x} = \dfrac{z}{x+y}$ ammette soluzione?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

28. I numeri 1, 2, …, 99 sono distribuiti in n gruppi in modo da soddisfare le condizioni seguenti:

1. ogni numero sta in uno e in un solo gruppo;
2. ogni gruppo contiene almeno due numeri;
3. se due numeri stanno nello stesso gruppo, la loro somma non è divisibile per 3.

Qual è il minimo valore possibile per n?

A) 3 B) 9 C) 34 D) 66 E) Nessuno dei precedenti.

29. Isabella e le sue tre sorelle vanno a teatro. Ciascuna di esse ha prenotato uno dei 4 posti di un palco. Isabella e due delle sorelle arrivano in anticipo ed occupano a caso tre dei quattro posti. Quando arriva la quarta sorella, Maria, pretende di occupare il posto che era stato prenotato a nome suo: se non è quello libero, anche la sorella che lo deve liberare ha la stessa pretesa. Che probabilità c'è che Isabella debba cambiare posto?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

30. Definiamo, per ricorrenza, la successione di interi $\{a_n\}$ nel modo seguente: $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, …, $a_{n+2} = a_n + (a_{n+1})^2$.

Il resto della divisione di a_{2009} per 7 vale

A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 6

Categoria Student 2009
Per studenti del quarto e quinto anno della scuola media superiore

1. Risposta **E)** I pesci blu sono 2 (l'1% di 200 pesci); perché siano il 2% del totale, devono rimanere 100 pesci; devo quindi toglierne 100 gialli.

2. Risposta **A)** $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$, quindi troviamo il valore più grande in corrispondenza del più piccolo valore di *n*.

3. Risposta **B)** $n^2 + n$ è sempre pari, quindi l' unico valore per cui è primo è $n = 1$.

4. Risposta **C)** Poiché ciascuno dei tre amici ha preso le stesse cose, il totale pagato deve essere un multiplo di 3: l' unico importo con questa proprietà è 37,20.

5. Risposta **C)** Ai vertici liberi dei due triangoli che contengono i vertici contrassegnati con 1 e 5 occorre assegnare lo stesso valore, che deve essere 5 perché tutti i 3 triangoli ottenuti soddisfino la condizione richiesta. A questo punto è ovvio che al vertice residuo, opposto ad 1, occorre assegnare valore 1. La somma è quindi 17.

6. Risposta **D)** Congiungendo i centri F e G si creano due trangoli congruenti con base FG e altezza metà di PQ. Detta H l' intersezione di PQ e FG si ha PH = 12, PHF e PHG rettangoli con ipotenusa rispettivamente 13 e 15 e un cateto 12. Quindi FH è 5, GH è 9 e FG è 14.

7. Risposta **D)** Ne servono almeno 4 non rotte: poiché 3 sono rotte, Lisa deve prenderne almeno 7.

8. Risposta **E)** Detto x il raggio del cerchio piccolo si ha che $\sqrt{2} = 1 + x + x\sqrt{2}$ da cui $x = \dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = \left(\sqrt{2}-1\right)^2$

9. Risposta **D)** L' esagono è l' unione dei tre triangoli TAS, UBP e QCR, tutti simili ad ABC con rapporto di similitudine 2, ed aventi ABC come intersezione comune, e dei triangoli PAQ, RBS e UCT congruenti ad ABC. L' area dell' esagono è quindi $3 \times 4 - 2 + 3 = 13$.

10. Risposta **D)** Indicata con (i,j) la casella sulla riga i-esima e colonna j-esima, le lettere già presenti mi obbligano a mettere *X* in (3,2), *Z* in (2,3), *X* in (1,3), *W* in (2,4), *X* in (3,4), *Y* in (1,4), quindi *Z* in (2,5) e infine *Y* in (3,5). A questo punto la quarta riga può contenere solo *Z* e *W*, alternati, ma iniziando da uno qualunque dei due.

11. Risposta **B)** Detti C e D i vertici del quadrato opposti ad A e B rispettivamente, ed H e K i punti in cui la palla tocca i lati BC e CD rispettivamente, i triangoli ABH e HCK sono simili, con rapporto di similitudine 2:1. HK misura $\sqrt{1+\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{13}}{3}$, AH misura $2\frac{\sqrt{13}}{3}$ e quindi la lunghezza totale del percorso è $2\sqrt{13}$.

12. Risposta **B)** 8 canguri scuri sono più bassi di tutti i canguri chiari, il nono canguro in ordine di altezza è chiaro e poi si alternano scuri e chiari, terminando con un canguro chiaro; tolti i 7 canguri più bassi, tutti scuri, l' alternanza dice che i rimanenti sono divisi a metà tra chiari e scuri. I canguri chiari sono quindi (2009-7):2 = 1001.

13. Risposta **B)** Certamente occorrono 9 cubetti non trasparenti, altrimenti una qualunque faccia del cubo conterrebbe un quadrato di misura 1 che è la prima di una pila di tre cubetti trasparenti allineati, e si vedrebbe (in ogni direzione) attraverso il cubo. Supponiamo ora che non si possa vedere attraverso il cubo, ma di avere utilizzato esattamente 10 cubetti non trasparenti. Guardando da una qualunque faccia il cubo, c' è una (e una sola) pila in cui sono presenti 2 cubetti non trasparenti; poiché i cubetti sono esattamente 10, c'è un cubetto non trasparente che è l' intersezione delle tre pile con 2 cubetti non trasparenti: il cubetto comune può venir rimosso senza perdere la non trasparenza del cubo.

14. Risposta **B)** Quanto affermato dal primo è falso: infatti implicherebbe che alcuni mentitori, affermando che chi li precede è un mentitore, dicano il vero, e questo è impossibile. Quindi il primo è un mentitore, e il secondo deve essere un sincero; allora il terzo è un mentitore e si alternano sinceri e mentitori, con i mentitori nei 13 posti dispari.

15. Risposta **E)** $1^2 - 2^2 + \ldots - 2008^2 + 2009^2 = -1\ (1+2) + (-1)(3+4) + \ldots + (-1)(2007+2008) + 2009^2 = (-1)\ (1+2+3+4+2007+2008) + 2009^2$. Ricordando che la somma dei primi 2008 interi vale 2009×1004 abbiamo $1^2 - 2^2 + \ldots - 2008^2 + 2009^2 = 2009\ (2009 - 1004) = 2009 \times 1005$ e quindi l' ultima cifra del prodotto è 5.

16. Risposta **E)** Per motivi di simmetria, il cerchio interseca il triangolo nei 6 vertici dell' *esagono* regolare iscritto nel cerchio. Nella nuova figura le tre parti centrali dei lati del triangolo, ciascuna di lunghezza 1, sono state sostituite da un arco del cerchio di raggio 1 corrispondente ad un angolo di 60°, e che quindi misura $\frac{\pi}{3}$. Il perimetro misura quindi $3\left(2+\frac{\pi}{3}\right)=6+\pi.$, risposta che non è tra quelle assegnate.

17. Risposta **D)** Otteniamo il grafico di *g* da quello di *f* mediante una traslazione di quest'ultimo di 2 unità verso sinistra, *h(x)= f(x+2)*, e una simmetria rispetto all' asse *x*, *g(x) = - h(x)*, quindi *g(x) = -f(x+2)* che equivale a *g(-x) = -f(2-x)*.

18. Risposta **D)** 30 ragazzi hanno sbagliato il quarto quesito, 20 il terzo, 15 il secondo e 10 il primo, quindi i partecipanti che hanno commesso errori sono al più 75. Allora almeno 25 hanno risolto correttamente tutti i 4 problemi.

19. Risposta **D)** Poiché la faccia di sinistra nella visione frontale è tutta più bassa della faccia di destra, guardando il solido da sinistra devo vedere esattamente due facce, la faccia sinistra e la faccia superiore, opportunamente inclinate una rispetto all' altra; inoltre la faccia sinistra ha il lato superiore crescente da sinistra verso destra: la figura IV, e solo questa, può rappresentare la visione del solido da sinistra.

20. Risposta **C)** Ogni volta che ho la cifra 2 posso scegliere la cifra successiva tra le cifre 1 e 3, mentre quando trovo 1 o 3 devo necessariamente mettere 2 come cifra successiva. Se il numero inizia per 1, o per 3, avrò possibilità di scelta (tra le due cifre 1 e 3) per le cifre che si trovano nei posti 3, 5, 7 e 9, quindi 2^4 = 16 sequenze diverse; se il numero inizia con 2 avrò la scelta per le cifre di posto 2, 4, 6, 8 ,10 quindi 2^5 = 32 sequenze diverse. In totale 64 numeri diversi.

21. Risposta **C)** Posso scegliere le 8 cifre in $9\cdot 8\cdot \ldots \cdot 2 = 9!$ modi diversi quindi *N* = 9! Se le cifre sono 1,2,…,8, la loro somma, 36, è divisibile per 9 e quindi anche il numero lo è; se invece sostituisco la cifra 9 ad una qualunque delle altre, la somma delle cifre differisce da 36 per un numero minore di 9, e quindi non è divisibile per 9. I numeri richiesti divisibili per 9 sono allora 8!, cioè $\frac{N}{9}$.

22. Risposta **D)** Dopo 8 minuti, A ha compiuto 2 giri e $\frac{2}{3}$ di pista. Raggiunge B solo se B ha percorso 1 giro e $\frac{2}{3}$ di pista o solo $\frac{2}{3}$ di pista; l' ultima ipotesi è incompatibile con l'affermazione che A raggiunge B per la prima volta, quindi in 8 minuti (480 secondi) B ha percorso 1 $+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$ di pista , impiegando $\frac{3}{5}480=288$ secondi, cioè 4 min 48 sec. per un giro completo.

23. Risposta **D)** Detti a,b, c nell' ordine gli elementi della prima riga, d, e, 47 quelli della seconda e f, 63, g quelli della terza si ha a+b+c = c + 47 + g e a + e + g = b + e + 63, quindi 2a + b + c + e + g = b + c + e + g + 110. Si ricava a = 55.

24. Risposta **B)** Detta *x* l'ampiezza dell'angolo più piccolo, gli altri *n-1* angoli avranno ampiezza rispettivamente 2*x*, 3*x*, …,*nx*, con *nx* < 180° poiché il poligono è convesso. La somma delle misure degli angoli interni del poligono è (*n*-2)180°, quindi deve essere $x+2x+...+nx=(n-2)180$ cioè $\frac{n(n+1)}{2}x=(n-2)180$, vera , dato che $nx<180$, se e solo se $\frac{n+1}{2}>n-2$, che equivale ad $n<5$.

25. Risposta **B)** A meno dell'ordine delle risposte, che qui non va considerato, si possono costruire: una sola stringa di tutti 0, 2 stringhe con una sola risposta ("+" o "-"), 3 stringhe con 2 risposte, …, n+1 stringhe con n risposte (0,1,2,…,n esatte). Quindi il numero totale delle stringhe è $\sum_{1}^{n+1}k=$ $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$; $\frac{(n+1)(n+2)}{2}\geq 55$ è vera se e solo se n ≥ 9.

26. Risposta **A)** Detta *N'* la proiezione di *N* su *LM*, si ha che $\overline{LM}:\overline{JM}=\overline{MN}'$: $\overline{NN}'$ = ($\overline{LM}$ -8) :1 e che , poiché l'angolo NJM misura 45°, $\overline{MN}'$ = $\overline{JM}$ -1. Posto $\overline{LM}$ = *b* e $\overline{JM}$ = *h*, otteniamo $\begin{cases} b:h=(b-8):1 \\ b-8=h-1 \end{cases}$ da cui $b^2-16b+56=0$ che dà come unica soluzione accettabile $b=8+2\sqrt{2}$.

27. Risposta **B)** Scrivendo le equazioni nella forma *x = ky + kz, y = kx +kz* e *z = kx + ky* e sommando termine a termine otteniamo *x+y + z= 2k(x + y+ z)* quindi *k* = $\frac{1}{2}$ oppure (*x + y + z*) = 0, da cui *k* = -1.

28. Risposta **E)** Due multipli di 3 non possono stare nello stesso gruppo, quindi i gruppi devono essere almeno 33. Gli elementi residui vanno aggiunti ai 33 gruppi individuati dai diversi multipli di 3 in modo tale che non cadano nello stesso gruppo elementi che divisi per 3 danno resto 1 ed elementi che divisi per 3 danno resto 2: se, ad esempio, mettiamo nel gruppo individuato da 3 tutti gli elementi congruenti ad 1 mod.3 e distribuiamo i 33 elementi congrui a 2 mod.3 ponendone 2 nella classe individuata da 6 e uno in ciascuna delle 31 classi rimanenti, riusciamo a distribuire i 99 elementi, seguendo le regole assegnate, in esattamente 33 gruppi. Il valore richiesto è quindi 33.

29. Risposta ***C***) Isabella dovrà cambiar posto se occupa il posto di Maria (probabilità $\frac{1}{4}$) oppure se una delle altre due sorelle occupa il posto di Maria e Isabella occupa il posto di quella sorella (probabilità $\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$); la probabilità totale è quindi $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$. Soluzione alternativa: indicate con M,I,A,B rispettivamente Maria, Isabella e le altre due sorelle, se MIAB è l' assegnazione dei posti, le disposizioni che fanno cambiare posto ad Isabella sono le 6 del tipo $I***$, in cui Isabella è al posto di Maria, le 2 del tipo $A*I*$ e le 2 del tipo $B**I$, in cui Isabella occupa il posto della sorella che deve lasciare il posto a Maria: quindi 10 sulle 24 possibili.

30. Risposta **B)** Osserviamo preliminarmente che se r_n è il resto della divisione di a_n per 7, allora a_{n+2} è della forma $7k + r_n + (r_{n+1})^2$. Posso costruire $r_n + (r_{n+1})^2$ e quindi i resti delle divisioni in maniera iterativa, ottenendo per i resti la sequenza 1, 2, 5, 6, 6, 0, 6, 1, 0, 1, 1, 2,... . Abbiamo ottenuto una coppia di numeri uguale a quella iniziale della sequenza: poiché r_{n+2} dipende solo dalla coppia r_n e r_{n+1}, abbiamo periodicità, con periodo 10. Osservando che a_{2009} è l' elemento di posto 2010 nella sequenza, concludiamo che il resto è lo stesso dell' elemento di posto 10, cioè 1.