

Kangourou Italia
Gara del 19 marzo 2009
Categoria Benjamin
 Per studenti di prima o seconda della
 scuola secondaria di primo grado



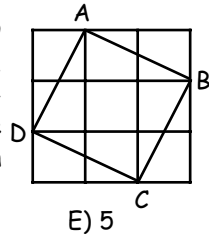
Benjamin

I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

1. Quanti numeri interi sono compresi fra 2,009 e 19,03 ?

- A) 16 B) 17 C) 14 D) 15 E) Più di 17

2. Il quadrato più grande in figura, ottenuto accostando 9 quadratini, contiene il quadrato ABCD nella posizione indicata. Questo, a sua volta, copre per intero uno solo dei 9 quadratini, quello centrale. Qual è il massimo numero di quadratini che possono essere coperti dal quadrato ABCD se lo si dispone in modo opportuno?

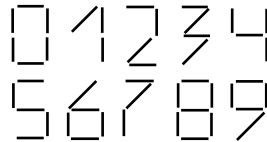


- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Cancellando alcune cifre del numero 12323314, vuoi ottenere un numero che non cambia quando viene letto da destra a sinistra invece che da sinistra a destra. Qual è il minimo numero di cifre cancellando le quali puoi raggiungere il tuo scopo?

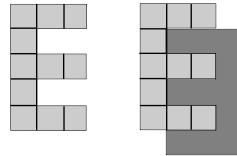
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Le dieci cifre in figura sono costruite accostando opportunamente degli stuzzicadenti tutti uguali fra loro. Fra i numeri di due cifre, ho costruito quello che richiede l'impiego della maggiore quantità di stuzzicadenti. Quanti ne ho usati?



- A) 10 B) 11 C) 12
 D) 13 E) 14

5. La lettera "E" che vedi in figura a sinistra è stata ottenuta accostando 11 quadrati di 1 cm di lato. Accostando due di queste "E" uguali come è indicato nella figura a destra, ottieni una nuova figura. Il perimetro di questa nuova figura, rispetto a quello della lettera "E", è



- A) più corto di 4 cm. B) Più corto di 2 cm.
 C) uguale. D) più lungo di 2 cm.
 E) più lungo di 4 cm.



6. Se conservi il calendario del 2009, qual è il primo anno in cui lo potrai riutilizzare (nel senso che ogni mese inizierà con lo stesso giorno della settimana con cui inizia nel 2009)?

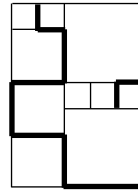
- A) Non sarà più utilizzabile B) 2013 C) 2014 D) 2015
E) 2016

7. Un ponte attraversa un fiume largo 120 metri e deborda da ciascuna delle due rive per un quarto della sua lunghezza. Quanti metri è lungo il ponte?

- A) 150 B) 180 C) 210 D) 240 E) 270

8. Il rettangolo grande in figura è costruito accostando quadrati di tre misure diverse. Il lato di ciascuno dei quadrati più piccoli misura 20 centimetri. Quanti centimetri è lunga la linea evidenziata in grassetto?

- A) 380 B) 400 C) 420 D) 440
E) 1680



Benjamin

9. In una classe ogni alunno parla almeno una lingua fra tedesco e inglese. Gli alunni che parlano tedesco sono 15 e altrettanti sono gli alunni che parlano inglese. Almeno 6 alunni parlano entrambe le lingue. Allora il numero di alunni in quella classe è

- A) esattamente 24. B) al massimo 24, ma potrebbe essere minore.
C) almeno 24, ma potrebbe essere maggiore.
D) al massimo 18, ma potrebbe essere minore.
E) almeno 18, ma potrebbe essere maggiore.

10. Trova il resto della divisione per 8 del numero

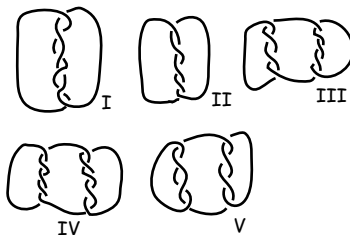
$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 29 \times 30 + 17$$

- A) 1 B) 17 C) 3 D) 7 E) 5

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

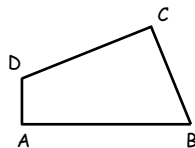
11. La figura mostra cinque intrecci di corde. Quali di essi non possono essere realizzati con un unico spezzone di corda?

- A) Tutti tranne II B) Solo III, IV e V
C) Solo I, III e V D) Tutti
E) Nessuno



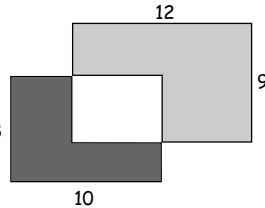
12. Nel quadrilatero ABCD che vedi in figura le lunghezze dei lati, in metri, sono le seguenti: $l(AB) = 11$, $l(BC) = 7$, $l(CD) = 9$, $l(DA) = 3$. Inoltre, gli angoli in A e in C sono retti. Qual è, in metri quadrati, l'area del quadrilatero?

- A) 30 B) 44 C) 48 D) 52 E) 60



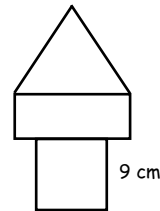
13. In una scuola di danza attualmente vi sono 39 ragazzi e 23 ragazze. A partire da oggi, ogni settimana si aggiungeranno 6 ragazzi e 8 ragazze e fra alcune settimane il numero delle ragazze sarà uguale al numero dei ragazzi. Quanti tra ragazzi e ragazze saranno in quel momento presenti nel gruppo?
- A) 144 B) 154 C) 164 D) 174 E) 184

14. Due rettangoli, uno 8×10 e l'altro 9×12 (le misure sono in metri), sono parzialmente sovrapposti come indicato dalla figura. L'area della regione in grigio scuro è 37 m^2 . Qual è, in metri quadrati, l'area della regione in grigio chiaro?



- A) 60 B) 62 C) 62,5
D) 64 E) 65

15. La figura è formata accostando un quadrato, un rettangolo e un triangolo equilatero che hanno tutti lo stesso perimetro. Il lato del quadrato misura 9 cm. Qual è, in centimetri, la lunghezza del lato più corto del rettangolo?



- A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

16. Abbiamo una scatola a forma di parallelepipedo rettangolo con misure, in centimetri, $24 \times 24 \times 60$. Vogliamo riempirla completamente con cubi indeformabili tutti uguali fra loro, di cui possiamo scegliere la misura. Qual è il più piccolo numero di cubi che è sufficiente per raggiungere lo scopo?

- A) 8 B) 20 C) 60 D) 720 E) 1440

17. Carlo deve leggere un libro di 290 pagine. Ha programmato il suo compito come segue: leggerà 4 pagine ogni giorno, eccetto di domenica, giorno in cui ne leggerà sempre 25. Se inizierà la lettura domenica prossima e rispetterà il programma (quindi senza mai saltare giorni), quanti giorni impiegherà a terminare il libro?

- A) 5 B) 46 C) 40 D) 35 E) 41

18. Alessia, Bruno, Celestina e Davide si sono classificati (non in quest'ordine) nei primi quattro posti di una gara. La somma dei numeri dei piazzamenti ottenuti da Alessia, Bruno e Davide è 6. Anche la somma dei numeri dei piazzamenti ottenuti da Bruno e Celestina è 6. Chi ha vinto la gara?

- A) Alessia o Davide, ma le informazioni non consentono di stabilire chi dei due.
B) Bruno o Celestina, ma le informazioni non consentono di stabilire chi dei due.
C) Bruno
D) Celestina
E) Davide



19. Enrico ha 2009 piastrelle quadrate, tutte uguali fra loro. Usandole ogni volta tutte, quante diverse superfici rettangolari può piastrellare? (Due superfici vanno considerate diverse solo se è diversa la lunghezza di almeno uno dei due lati.)

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 10

20. Considera le seguenti quattro affermazioni riguardanti uno stesso numero intero positivo.

- È divisibile per 5.
- È divisibile per 11.
- È divisibile per 55.
- È minore di 10.

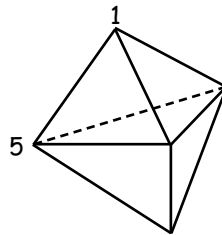
Sai che due di esse sono vere e le altre due sono false. Allora quel numero è

- A) 1 B) 5 C) 10 D) 11 E) 55

Benjamin

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

21. Il solido in figura ha 6 facce, tutte triangolari. Ad ogni suo vertice viene associato un numero in modo che la somma dei numeri associati ai tre vertici di ogni singola faccia sia la stessa per tutte le facce. La figura indica i numeri associati a due dei vertici. Quanto vale la somma di tutti i numeri impiegati?



- A) 9 B) 12 C) 17
D) 18 E) 24

22. Otto carte numerate da 1 a 8 sono riposte in due scatole, X e Y, in modo che la somma dei numeri riportati sulle carte sia la stessa nelle due scatole. Nella scatola X vi sono tre carte. Allora possiamo affermare con certezza che

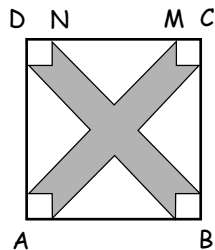
- A) Su tre delle carte contenute nella scatola Y è riportato un numero dispari.
B) Su quattro delle carte contenute nella scatola Y è riportato un numero pari.
C) La carta con il numero 1 non è nella scatola Y.
D) La carta con il numero 2 è nella scatola Y.
E) La carta con il numero 5 è nella scatola Y.

23. Le camere di un albergo sono numerate con numeri di tre cifre: la prima indica il piano e le rimanenti due indicano il numero della camera su quel piano. Per esempio, la camera 124 è la camera 24 del primo piano. L'albergo ha 5 piani numerati da 1 a 5 e ogni piano ha 35 camere numerate da 01 a 35. Quante volte è stata usata la cifra 2 per numerare tutte le camere?

- A) 105 B) 100 C) 95 D) 65 E) 60



24. Osserva la figura. ABCD è un quadrato il cui lato misura 10 cm; la distanza fra i punti N e M è di 6 cm. Ciascuna delle regioni non ombreggiate è un triangolo rettangolo isoscele o un quadrato. I quattro triangoli sono uguali fra loro e così pure i quattro quadrati. Quanto vale, in centimetri quadrati, l'area della regione ombreggiata?



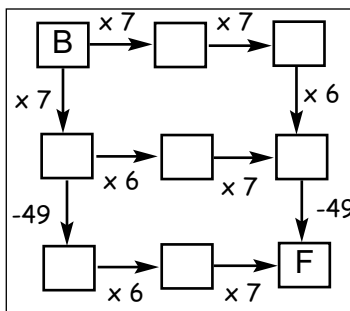
- A) 42 B) 46 C) 48
D) 52 E) 58

25. Osserva la figura. Le tre lettere A, B e C rappresentano altrettanti numeri le cui somme, per righe e per colonne, sono quelle indicate (a destra per le righe e in basso per le colonne). Quanto vale $A + B - C$?

A	B	A	11
B	A	C	8
B	C	A	8
10	8	9	

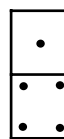
- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

26. Pensa ad un numero intero e mettilo nella casella B. Segui ora uno dei possibili cammini indicati dalle frecce eseguendo le operazioni corrispondenti. Se scegli opportunamente il numero con cui iniziare, ti sarà possibile arrivare nella casella F con il numero 2009?



- A) Sì, seguendo uno qualsiasi dei tre cammini possibili.
B) Sì, seguendo due dei tre cammini possibili e partendo con lo stesso numero per entrambi.
C) Sì, seguendo due dei tre cammini possibili, ma partendo con due numeri diversi.
D) Sì, ma vi è un solo cammino possibile. E) No.

27. Un set completo per il gioco del domino è costituito da 28 tessere tutte diverse fra loro: ogni tessera rappresenta uno dei 28 abbinamenti possibili di due numeri interi da 0 a 6 (inclusi quelli nei quali il numero viene ripetuto) e i numeri sono indicati mediante la corrispondente quantità di pallini. Qual è il numero complessivo dei pallini presenti in un set di questo tipo?



- A) 84 B) 105 C) 126 D) 147 E) 168



28. In una tabella 4×2 due diversi numeri interi positivi sono stati inseriti nella prima riga. Ogni riga successiva contiene la somma e la differenza (maggiore meno minore) dei due numeri scritti nella riga precedente: rispettivamente, sotto il minore si scrive la somma e sotto il maggiore la differenza. In una tabella 11×2 , costruita allo stesso modo, i numeri dell'ultima riga sono 64 e 96. Qual è la somma dei numeri della prima riga?

1	5
6	4
2	10
12	8

- A) 4 B) 5 C) 10 D) 40 E) 80

29. Nel paese di Piedistrani ogni abitante ha il piede sinistro più lungo rispetto al piede destro: gli uomini più lungo di due numeri e le donne di uno. I negozi, tuttavia, sono come nel resto del mondo: vendono scarpe a coppie, una scarpa destra e una sinistra dello stesso numero. Per risparmiare, alcuni amici di Piedistrani, tra cui un nostro conoscente X di cui conosciamo sesso e numeri delle scarpe, decidono di associarsi e di comprare le scarpe tutti insieme, per poi accoppiarle nel modo che a loro conviene. Così facendo, ognuno prende due scarpe e rimangono inutilizzate una scarpa del numero 36 e una del numero 45. Vogliamo determinare il massimo numero di amici che potrebbero essersi accordati. Questo numero

- A) è 8 se X è un maschio, è 9 se X è una femmina.
 B) dipende sia dal sesso sia dal numero di scarpa destra di X.
 C) dipende solo dal numero di scarpa destra di X.
 D) è 5 in ogni caso.
 E) è 9 in ogni caso.

30. Vogliamo colorare le celle della griglia in figura usando i quattro colori diversi X, Y, Z, W, in modo che due celle che sono a contatto non ricevano mai lo stesso colore (due celle si considerano a contatto se hanno in comune almeno un vertice). La figura mostra che alcuni colori sono già stati assegnati. Con quali colori può essere colorata la cella ombreggiata?

X	Y			
Z	W			
		Y		
Y				

- A) Solo Y. B) Solo Z. C) Solo W.
 D) Indifferentemente Z o W.
 E) Non è possibile realizzare la colorazione.



2009

Categoria Benjamin

Per studenti del primo e secondo anno della scuola media inferiore

1. Risposta **B)** Tutti quelli tra 3 e 19, estremi compresi, quindi 17 numeri interi.
2. Risposta **D)** Il lato del quadrato $ABCD$ è $\sqrt{5}$, maggiore del doppio del lato di un quadratino, quindi se sovrappongo tale quadrato al quadrato grande in modo che abbiano i lati paralleli e un vertice comune copro un quadrato formato da 4 quadratini. Poiché l'area del quadrato $ABCD$ è 5 volte l'area di un quadratino, se esso coprisse 5 quadratini avremmo un quadrato formato esattamente da 5 quadratini uguali, e questo è impossibile.
3. Risposta **C)** Devo eliminare il 4 e poi o il primo 2 e uno dei 3 della coppia, o la coppia di 3; in ogni caso 3 numeri.
4. Risposta **E)** La cifra che richiede più stuzzicadenti è l'8, che ne richiede 7. Il numero di due cifre costruito è 88, impiegando 14 stuzzicadenti.
5. Risposta **A)** La parte di perimetro della figura a destra non comune alla prima figura misura 10 cm, mentre la parte di perimetro della prima figura che nella seconda non è più sul bordo misura 14 cm..
6. Risposta **D)** Dividendo il numero dei giorni di un anno per 7 abbiamo resto di 2 giorni negli anni bisestili e di 1 giorno negli altri; poiché il 2012 è bisestile, il primo anno che inizierà con lo stesso giorno con cui è

iniziato il 2009 è il 2015 e potrò utilizzare lo stesso calendario perché nessuno dei due anni è bisestile.

7. Risposta **D)** La parte del ponte che sta sopra il fiume è $\frac{2}{4}$ di tutto il ponte, quindi il ponte è lungo 240 m.
8. Risposta **C)** I quadrati che compaiono in figura hanno lati proporzionali ai numeri 1, 2 e 3, che quindi misurano rispettivamente 20, 40 e 60 cm. Poiché sono evidenziati in grassetto 5 lati di quadrati piccoli, 5 di quadrati medi e 2 di un quadrato grande, la linea misura 420 cm.
9. Risposta **B)** Se esattamente 6 alunni parlano entrambe le lingue, ci sono 9 alunni che parlano solo inglese e 9 che parlano solo tedesco, quindi in totale $9+9+6 = 24$ alunni; potrebbero però essere più di 6 quelli che parlano entrambe le lingue, e in tal caso gli alunni sarebbero meno di 24.
10. Risposta **A)** Il primo addendo è divisibile per 8 (resto 0) mentre $17 = 2 \times 8 + 1$ quindi il resto è 1.
11. Risposta **C)** Affinché un intreccio non possa essere realizzato con un unico pezzo di corda occorre e basta che uno degli anelli di cui è costituito si chiuda su se stesso dopo l' intreccio con un anello adiacente e questo succede quando le corde si intrecciano un numero pari di volte. Questo accade solo, in figura, per gli intrecci che coinvolgono l' anello di sinistra nei casi I, III e per i due intrecci del caso V.

12. Risposta **C)** Il segmento BD divide il quadrilatero nei due triangoli rettangoli BAD e BCD, con cateti rispettivamente AB e AD, CB e CD, e di area rispettivamente, in metri quadri, $\frac{33}{2}$ e $\frac{63}{2}$; la somma delle aree è 48.
13. Risposta **D)** La differenza tra il numero dei ragazzi e delle ragazze diminuisce di 2 unità ogni settimana; poiché all' inizio è 16, dopo 8 settimane ragazzi e ragazze saranno nello stesso numero, esattamente $2 \times (39 + 8 \times 6) = 174$.
14. Risposta **E)** L'area della regione comune è $80 - 37 = 43$ quindi l' area della regione in grigio chiaro è $108 - 43 = 65$.
15. Risposta **C)** Il quadrato ha perimetro 36 cm., quindi il lato del triangolo, che coincide con il lato più lungo del rettangolo, misura 12 cm. e il lato corto del rettangolo cm. $(18-12) = 6$.
16. Risposta **B)** Il massimo comun divisore tra 24 e 60 è 12, quindi i cubi più grandi che possiamo usare avranno spigolo di 12 cm. Mettendo ad esempio il parallelepipedo con il lato più lungo in verticale, potremo riempirlo con 5 strati, ciascuno formato da 4 cubi: in totale 20 cubi.
17. Risposta **E)** In una settimana (da domenica a sabato) Carlo legge $25+6 \times 4 = 49$ pagine; dopo 5 settimane avrà letto 245 pagine e leggerà le 45 pagine restanti in una domenica (25) e 5 giorni feriali ($5 \times 4 = 20$): in totale 41 giorni.
18. Risposta **A)** La somma dei numeri dei piazzamenti di Alessia e Davide dà il piazzamento di Celestina, quindi il piazzamento di Celestina può essere 4 o 3; 3 va escluso perché in tal caso anche Bruno sarebbe allo stesso

posto. Allora Celestina è al quarto posto, di conseguenza Bruno è al secondo e il primo e terzo posto sono occupati dalla coppia Davide e Alessia, ma non è possibile stabilire in che ordine.

19. Risposta **C)** Scomponendo in fattori primi otteniamo $2009 = 7^2 \times 41$, quindi un rettangolo può essere piastrellato se le misure dei suoi lati sono una delle coppie (1,2009); (7,287); (49,41).

20. Risposta **B)** Se il numero fosse divisibile per 55, sarebbero vere 3 affermazioni, se fosse divisibile per 11 ma non per 55 solo una sarebbe vera. Devono quindi essere vere le altre due affermazioni, e l'unico numero che le soddisfa entrambe è 5.

21. Risposta **C)** Ai vertici liberi dei due triangoli che contengono i vertici contrassegnati con 1 e 5 occorre assegnare lo stesso valore, che deve essere 5 perché tutti i 3 triangoli ottenuti soddisfino la condizione richiesta. A questo punto è ovvio che al vertice residuo, opposto ad 1, occorre assegnare valore 1. La somma è quindi 17.

22. Risposta **D)** Poiché la somma degli interi da 1 ad 8 vale 36, la somma dei numeri riportati sulle carte che stanno in una scatola è 18. Allora 2 non può stare in X : infatti detti a e b i valori delle altre due carte in X si avrebbe $2 + a + b = 18$, impossibile nelle nostre ipotesi.

23. Risposta **A)** In ognuno dei 5 piani ci sono 4 camere il cui numero termina per 2 e 10 camere il cui numero ha 2 come seconda cifra; inoltre al secondo piano tutte le 35 camere hanno 2 come prima cifra; in totale la cifra 2 compare $5 \times (4 + 10) + 35 = 105$ volte.

24. Risposta **C)** Ciascuno dei quattro triangoli rettangoli isosceli non ombreggiati è metà di un quadrato con diagonale 6cm., ed ha quindi area 9 cm^2 ., mentre ciascuno dei 4 quadrati negli angoli ha area 4 cm^2 . L'area della parte ombreggiata del quadrato è $100 - 4(9 + 4) \text{ cm}^2 = 48 \text{ cm}^2$.
25. Risposta **B)** Sottraendo la prima colonna dalla prima riga otteniamo che $A=B+1$, quindi dalla prima riga abbiamo che $A=4$ e $B=3$, e di conseguenza, dalla seconda riga, che $C=1$.
26. Risposta **B)** Il cammino $(B \times 7 - 49) \times 6 \times 7$ produce un numero pari, quindi va escluso. Gli altri due cammini presentano, commutati, gli stessi prodotti e una stessa sottrazione finale, e quindi portano allo stesso risultato; poiché $2009 + 49 = 2058 = 7^3 \times 3 \times 2$, concludiamo che 2009 può essere ottenuto partendo in B con 7.
27. Risposta **E)** Ogni numero compare 8 volte, 6 abbinato ad un numero diverso da lui e 2 volte su una tessera contenente 2 numeri uguali. Il numero dei pallini sarà allora $8 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 168$.
28. Risposta **B)** Detti a_i e b_i , rispettivamente, il maggiore ed il minore dei numeri della riga i -sima, $a_i = a_{i-1} + b_{i-1}$, $b_i = a_{i-1} - b_{i-1}$, quindi $a_{i+1} = a_i + b_i = 2a_{i-1}$ e $b_{i+1} = a_i - b_i = 2b_{i-1}$, cioè i numeri di una riga sono il doppio dei corrispondenti numeri di due righe prima. Passando dalla 11-sima riga alla prima i numeri sono stati dimezzati 5 volte, quindi $a_1 = 3$ e $b_1 = 2$, con somma 5.
29. Risposta **A)** Se il gruppo è formato da sole donne devono essere state comprate scarpe di tutti i numeri dal 36 al 45, e ne sono state formate

nove coppie con la scarpa sinistra di un numero più grande della destra, quindi il gruppo è formato da 9 persone. Se nel gruppo ci sono degli uomini, per non avere ulteriori resti occorre escludere le paia di scarpe di numero intermedio tra quello dei due diversi piedi di uno stesso maschio. Si potranno così avere al massimo 8 persone nel gruppo.

30. Risposta **D)** Indicata con (i,j) la casella sulla riga i -esima e colonna j -esima, le lettere già presenti mi obbligano a mettere X in $(3,2)$, Z in $(2,3)$, X in $(1,3)$, W in $(2,4)$, X in $(3,4)$, Y in $(1,4)$, quindi Z in $(2,5)$ e infine Y in $(3,5)$. A questo punto la quarta riga può contenere solo Z e W , alternati, ma iniziando da uno qualunque dei due.