Kangourou Italia
Gara del 15 marzo 2007
Categoria Junior
Per studenti di seconda o terza della secondaria di secondo grado

Junior

I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

1. Lancia un dado tradizionale: qual è la probabilità che il prodotto dei numeri che compaiono sulle cinque facce che rimangono visibili sia divisibile per 6?
A) 1/3 B) 1/2 C) 2/3 D) 5/6 E) 1

2. In una lotteria vengono premiati tutti e soli i possessori di biglietti il cui numero sia composto da almeno cinque cifre, delle quali al più tre siano maggiori di 2. Tra i possessori dei seguenti biglietti 1022, 22222, 102334, 213343, 3042531 quanti vengono premiati?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Un pallone aerostatico è fermo a 1200 metri di altezza sul suolo. Il personale a bordo possiede una rice-trasmittente in grado di operare nel raggio di 1300 metri. Qual è la massima distanza in metri di due persone a terra che, munite di analoghe rice-trasmittenti, possono comunicare con il personale a bordo?
A) 500 B) 800 C) 1000 D) 1200 E) 1300

4. Sia ABC un triangolo di area 96. Siano D il punto medio del lato AB, E il punto medio del segmento DB, F il punto medio del lato BC. Quanto vale l'area del triangolo AEF ?
A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

5. Un organismo internazionale è attualmente composto da 32 membri. Da quanti membri sarà composto fra tre anni, se ogni anno il numero dei membri è superiore del 50% rispetto all'anno precedente?
A) 182 B) 128 C) 108 D) 96 E) 80

6. Osserva la griglia in figura. Una mossa consiste esclusivamente nello spostare (in orizzontale, in verticale o in diagonale) una pedina da una casella ad un'altra adiacente. Vuoi spostare una pedina da una delle due caselle marcate con il triangolo sull'altra, impiegando il minor numero possibile di mosse. Quanti percorsi diversi hai a disposizione?

Δ			
			Δ

A) 2 B) 4 C) 7
D) 20 E) 35

7. In ogni cella della griglia in figura va inserita la cifra 0 oppure la cifra 1, facendo in modo che in ogni riga e in ogni colonna la somma delle cifre che vi compaiono sia 2. Quali cifre occorre sostituire a X e a Y?

1		1	
		1	
	x		0
	y		

A) X = 1, Y = 1 B) X = 1, Y = 0
C) X = 0, Y = 1 D) X = 0, Y = 0
E) Non è possibile realizzare la configurazione.

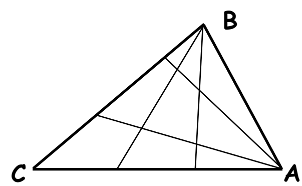
8. Trova il massimo valore che può assumere l'espressione

KAN + GA + ROO

quando ad ogni lettera viene fatta corrispondere una cifra, in modo che a lettere diverse corrispondano cifre diverse.

A) 1906 B) 1897 C) 1905 D) 1895 E) 2007

9. Nella figura vedi un triangolo ABC in cui dal vertice A partono due diversi segmenti con secondo estremo sul lato opposto, e lo stesso accade dal vertice B. I quattro segmenti così tracciati ripartiscono il triangolo in 9 regioni disgiunte (salvo per i bordi). Se da ciascuno dei due vertici A e B si tracciano quattro diversi segmenti, invece di due, fino ad incontrare il lato opposto, qual è il numero di regioni (disgiunte, salvo per i bordi) in cui risulta ripartito il triangolo?



A) 16 B) 25 C) 36 D) 42 E) 49

10. Qual è il massimo numero di mesi di uno stesso anno che possono avere cinque domeniche?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

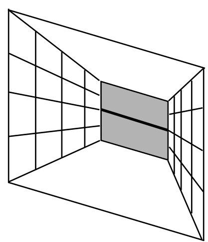
11. Gli abitanti di un'isola si dividono in mentitori (persone che mentono sempre) o sinceri (persone che dicono sempre la verità). Un giorno 12 abitanti, fra cui vi sono sia sinceri sia mentitori, si trovano insieme e fanno alcune dichiarazioni. Due di essi dicono: "Esattamente due di noi 12 sono mentitori". Altri quattro dicono: "Esattamente quattro di noi 12 sono mentitori". I restanti sei dicono: "Esattamente sei di noi 12 sono mentitori". Quanti mentitori vi sono fra quei 12?

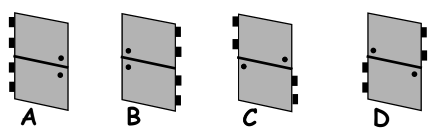
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

12. A quale potenza dobbiamo elevare 4^4 per ottenere 8^8 ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 16

13. Delle quattro pareti che delimitano un cunicolo, le due laterali (opposte) sono verticali mentre pavimento e soffitto sono paralleli fra loro, ma non perpendicolari alle pareti laterali: di conseguenza la sezione verticale non è un rettangolo, ma un parallelogramma che, osservato dall'ingresso, presenta la parte più bassa sulla destra. A metà del cunicolo si vuole costruire una porta di sbarramento che sia costituita da due sezioni, superiore e inferiore, apribili l'una indipendentemente dall'altra. Guardando dall'ingresso, come vanno incernierate le due sezioni?



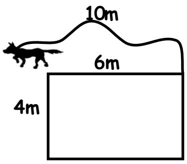


A) Entrambe sul lato sinistro.
B) Entrambe sul lato destro.
C) Quella superiore sul lato sinistro e quella inferiore sul lato destro.
D) Quella superiore sul lato destro e quella inferiore sul lato sinistro.
E) Il progetto non è realizzabile.

14. Una classe ha affrontato uno dei problemi di Kangourou. Il numero dei ragazzi che hanno risolto il problema coincide con il numero delle ragazze che non l'hanno risolto. È maggiore il numero di coloro (ragazzi e ragazze) che hanno risolto il problema o il numero complessivo delle ragazze?

A) La situazione non può verificarsi.
B) I dati non sono sufficienti per rispondere.
C) Il numero delle ragazze.
D) Il numero di coloro che hanno risolto il problema
E) I due numeri sono uguali.

15. Osserva la figura. Uno dei due estremi di una corda lunga 10 metri è fissato ad un angolo di un capanno a pianta rettangolare di 4 metri per 6 metri, mentre all'altro estremo è legato un cane (che non può ovviamente entrare nel capanno). Qual è il perimetro della regione entro la quale può muoversi il cane?



A) 20 π B) 22 π C) 40 π
D) 88 π E) 100 π

16. Sono le 21:00 e sto guidando alla velocità di 100 km/h. A questa velocità con la benzina che mi resta posso percorrere solo 80 km, ma il distributore più vicino è distante 100 km. La quantità di benzina che la mia auto consuma è direttamente proporzionale alla velocità dell'auto e io desidero perdere quanto meno tempo è possibile. A che ora arriverò al distributore?
A) 22:12 B) 22:15 C) 22:20 D) 22:25 E) 22:30

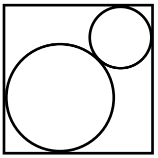
17. Un trapezio è costruito a partire da un triangolo equilatero "segandone un angolo" (cioè sopprimendo da esso un opportuno triangolo più piccolo avente un vertice in comune con esso). Due copie di questo trapezio vengono accostate in modo da formare un parallelogramma il cui perimetro risulta 10 centimetri più lungo del perimetro del triangolo originale. Quanti centimetri misura il perimetro del triangolo originale?
A) 10 B) 30 C) 40 D) 60
E) I dati sono insufficienti.

18. L'orologio della nonna ogni giorno, rispetto alla marcia corretta,
— tra le 0:00 e le 6:00 va avanti di 15 secondi;
— tra le 6:00 e le 12:00 resta indietro di 10 secondi;
— tra le 12:00 e le 18:00 va avanti di 15 secondi;
— tra le 18:00 e le 24:00 resta indietro di 10 secondi.
Oggi, 15 marzo, a mezzogiorno l'orologio segna l'ora esatta. Se la nonna non regolerà più l'orologio, a che ora di quale giorno il suo orologio segnerà per la prima volta esattamente 5 minuti in più rispetto all'ora esatta?
A) Non potrà mai accadere B) Alle 12:00 del 14 aprile.
C) Alle 12:00 del 15 aprile. D) Alle 12:00 del 13 aprile.
E) Alle 6:00 del 13 aprile

19. Due scuole si sfidano a tennis in partite soltanto di doppio. Ogni scuola è rappresentata da cinque studenti: vengono formate tutte le possibili coppie fra studenti della stessa scuola e ogni coppia di ciascuna scuola affronta una e una sola volta ogni coppia dell'altra. Quante partite deve giocare ognuno degli studenti?

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

20. Osserva la figura: due circonferenze hanno il centro sulla stessa diagonale di un quadrato, sono tangenti fra loro e tangenti internamente al quadrato. Il lato del quadrato è lungo 1 metro. Quanto vale la somma delle lunghezze, in metri, dei raggi delle due circonferenze?



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{2}-1$ D) $2-\sqrt{2}$

E) Le informazioni non sono sufficienti.

Junior

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

21. Chiama *a* e *b* le soluzioni dell'equazione $x^2 - 3x + 1 = 0$. Quanto vale $a^3 + b^3$?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 24

22. Il prodotto di tutti i divisori (interi) di 2007 vale

A) 2007^2 B) 2007^3 C) 2007^4 D) 2007^5 E) 2007^6

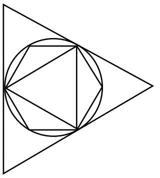
23. La sequenza di lettere KANGAROOKANGAROO. . .KANGAROO è costruita scrivendo 20 volte di seguito la parola KANGAROO. Elimina dapprima tutte e sole le lettere che occupano nella sequenza un posto dispari; riaccosta quindi le lettere rimaste ed elimina ancora tutte e sole le lettere che nella nuova sequenza occupano un posto dispari; ripeti il procedimento fino a quando rimane una lettera sola. Che lettera è?

A) K B) A C) N D) G E) O

24. In una città non ci sono due persone con lo stesso numero di capelli e nessuno ha esattamente 9999 capelli. Il numero degli abitanti della città è superiore al numero di capelli della persona che ne ha di più. Quanti possono essere al massimo gli abitanti di quella città?

A) 1 B) 9997 C) 9998 D) 9999 E) 10000

25. Osserva la figura. Un triangolo equilatero di area t ed un esagono regolare di area E sono inscritti in una circonferenza, che a sua volta è inscritta in un altro triangolo equilatero di area T. Quale delle seguenti uguaglianze è vera?



A) $E = \sqrt{t \times T}$ B) E = (t + T)/2 C) T = t + E

D) $E = \sqrt{t^2 + T^2}$ E) T = E + 3t

26. *k* è il più piccolo numero intero positivo con questa proprietà: 10*k* è un quadrato perfetto e 6*k* è un cubo perfetto. Quanti divisori (positivi) ha il numero *k*?

A) 30 B) 40 C) 54 D) 72 E) 96

27. Da una cassaforte sono state rubate alcune collane di diamanti, tutte con lo stesso numero di diamanti (almeno 2 per collana). Tutti i diamanti che le componevano vengono ritrovati: il loro numero complessivo è compreso fra 200 e 300. L'investigatore che indaga sul furto, semplicemente contando i diamanti ritrovati, è in grado di risalire con certezza al numero delle collane rubate. Quante collane sono state rubate dalla cassaforte?

A) 16 B) 17 C) 19 D) 25

E) un numero diverso dai precedenti

28. Per ognuno di quattro colori diversi, in un'urna ci sono tre carte numerate da 1 a 3. Estrai a caso tre carte dall'urna. Quale fra i seguenti eventi è il più probabile?

A) Le tre carte estratte sono dello stesso colore.

B) Le tre carte estratte, indipendentemente dai loro colori, riportano i numeri 1, 2 e 3.

C) Le tre carte estratte sono di tre colori diversi.

D) Le tre carte estratte hanno lo stesso numero.

E) Nessuno: i quattro eventi precedenti hanno tutti la stessa probabilità di verificarsi.

29. Ad una festa cinque amici si scambiano regali in modo che ciascuno faccia e riceva esattamente un regalo (e, naturalmente, che nessuno riceva il proprio regalo). In quanti modi diversi lo possono fare?

A) 5 B) 10 C) 44 D) 50 E) 120

30. In un tetraedro regolare la distanza fra due spigoli che non si tocchino è 6 centimetri. Qual è, in centimetri cubi, il volume del tetraedro?

A) 18 B) 36 C) 48 D) 72 E) 14

Kangourou della Matematica 2007
Categoria Junior
Per studenti di seconda o terza delle scuola secondaria di secondo grado

1. Risposta **E)**. Se non è visibile la faccia con il numero 6, certamente sono visibili sia la faccia con il numero 3 sia quella con il numero 2.

2. Risposta **B).** 22222 e 102334 sono premiabili; non lo sono invece 1022 (solo 4 cifre) e i rimanenti due numeri (entrambi con 4 cifre maggiori di due).

3. Risposta **C)**. Naturalmente si suppone che la terra sia piatta e che il pallone sia puntiforme. Detta P la proiezione ortogonale del pallone sulla terra, il teorema di Pitagora garantisce che la comunicazione con rice-trasmittenti sulla terra può avvenire se queste non stanno all'esterno del cerchio di centro P e raggio $(169\times10^4 - 144\times10^4)^{1/2} = 500$, consentendo dunque come massima distanza fra due di esse 1000 metri.

4. Risposta **D)**. Il lato AE del triangolo AEF è lungo i 3/4 di AB, mentre (ad esempio per il teorema di Talete) l'altezza di AEF relativa ad AE è metà dell'altezza di ABC relativa ad *AB.* L'area di AEF è dunque 3/8 dell'area di ABC.

5. Risposta **C)**. Ogni anno il numero dei membri è il numero dei membri nell'anno precedente moltiplicato per 3/2. Fra tre anni, il numero dei membri sarà dunque quello attuale moltiplicato per $(3/2)^3$, cioè per 27/8.

6. Risposta **B)**. I percorsi "in diagonale" sono chiaramente i più "economici". Nel nostro caso un percorso totalmente in diagonale non consente di raggiungere lo scopo: infatti, indicata la generica casella della griglia, appartenente alla *i*-esima riga e alla *j*-esima colonna, con la coppia ordinata (i,j) (dove 1 = i = 4 e 1 = j = 5), sono collegabili fra loro in diagonale solo caselle (i,j) per le quali la somma i+j abbia la stessa parità, mentre nel nostro caso si tratta di passare dalla casella con i+j =2 a quella con i+j =9. È comunque possibile massimizzare le mosse in diagonale (3) rispetto alle altre nei 4 modi diversi, descritti dalle seguenti 4 sequenze di caselle visitate:
(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (4,5) e simmetrica;

(1,1), (2,2), (3,3), (3,4), (4,5) e simmetrica.

7. Risposta **A)**. Indichiamo con la coppia ordinata (i,j), dove 1 = i,j = 4, la generica cella della griglia appartenente alla i-esima riga e alla j-esima colonna. Le celle (1,2), (1,4), (3,3) e (4,3) vanno chiaramente occupate da 0. Allora le celle (3,1) e (3,2) vanno occupate da 1 (per cui x = 1). Ne segue che (2,1) e (4,1) vanno occupate da 0, per cui a (4,2) spetta 1 (dunque y = 1).

8. Risposta **B)**. È chiaro che a K e R, le uniche due lettere nel ruolo delle centinaia, dovranno corrispondere le due cifre più alte, cioè 9 e 8 (non importa in quale ordine, dal momento che K e R compaiono una sola volta). Analogamente, a A e O dovranno corrispondere le due cifre successive, 7 e 6 (non importa in quale ordine, dal momento che A e O compaiono ciascuna una volta nel ruolo delle decine e una volta in quello delle unità). Ne segue che a G, che compare una sola volta e nel ruolo delle decine, si dovrà assegnare la cifra 5 e a N, che compare una sola volta e nel ruolo delle unità, la cifra 4.

9. Risposta **B)**. In assenza di segmenti che escano dal vertice B (a parte i due lati del triangolo iniziale), n diversi segmenti che escano dal vertice A e attraversino il triangolo lo ripartiscono in n+1 triangoli "quasi-disgiunti". A questo punto, ogni segmento che esca dal vertice B e attraversi il triangolo iniziale aumenta di n+1 il numero delle regioni "quasi-disgiunte".

10. Risposta **C)**. Il massimo numero di domeniche che può avere un anno, eventualmente bisestile, è 53. Ognuno dei 12 mesi deve avere almeno 4 domeniche e non può averne più di 5, per cui il massimo numero di mesi che possono avere 5 domeniche è $53 - 4 \times 12 = 5$. È anche chiaro che questa situazione si realizza tutte e sole le volte in cui un anno ha 53 domeniche.

11. Risposta **C)**. Per la presenza del termine "esattamente", le tre affermazioni sono a due a due incompatibili, quindi almeno due sono false. D'altra parte, fra i 12 abitanti che si esprimono almeno uno è sincero, per cui almeno una delle tre affermazioni è vera: stante il loro contenuto, questa non può essere che la terza.

12. Risposta **B)**. Si ha $4^4 = 2^8$, mentre $8^8 = 2^{24} = 2^{8 \times 3}$.

13. Risposta **C)**. Ogni sezione della porta deve aprirsi in modo che l'estremità opposta alla cerniera non venga bloccata da pavimento o soffitto quando ruota verso la parete. Le cerniere della parte alta dovranno quindi essere messe nella parte dove il soffitto è più alto (a sinistra), la sezione inferiore dovrà avere le cerniere dove il pavimento è più basso (a destra).

14. Risposta **E)**. Il numero complessivo delle ragazze è dato dal numero delle ragazze che hanno risolto il problema sommato al numero di quelle che non l'hanno risolto: quest'ultimo coincide con il numero dei ragazzi che hanno risolto il problema.

15. Risposta **A)**. La regione in questione è delimitata da 3/4 di una circonferenza di raggio 10 metri, 1/4 di una circonferenza di raggio 4 metri e 1/4 di una circonferenza di raggio 6 metri.

16. Risposta **B)**. Stante la proporzionalità fra velocità e consumo, è costante il prodotto fra il numero che esprime la velocità (in Km/h) e quello che esprime lo spazio percorribile (in Km). Dunque la stessa quantità di benzina che consente di coprire 80 Km andando a 100 Km/h consente di coprire 100 Km andando a 80 Km/h: per quest'ultima opzione si impiegano 75 minuti.

17. Risposta **B)**. Poiché sopprimendo un triangolo deve restare un trapezio, anche il triangolo da sopprimere deve essere equilatero. Ciascuno dei due lati "lunghi" del parallelogramma è ottenuto accostando un lato del triangolo iniziale e un lato del triangolo soppresso; ciascuno dei due lati "corti" del parallelogramma è lungo quanto la differenza fra la lunghezza del lato del triangolo iniziale e quella del lato del triangolo soppresso. Complessivamente quindi il perimetro del parallelogramma supera quello del triangolo iniziale della lunghezza del lato di quest'ultimo.

18. Risposta **E)**. Partendo dalle 12:00, nell'arco di 24 ore l'orologio guadagna complessivamente 10 secondi, dopo aver toccato il massimo dell'anticipo alle 6:00 del mattino successivo, cioè dopo 18 ore. Anche partendo dalle 6:00, nell'arco di 24 ore l'orologio guadagna complessivamente 10 secondi, toccando però il massimo dell'anticipo dopo 24 ore. Alle 6:00 del 16 marzo l'anticipo sarà già di 20 secondi: ne mancano dunque 280 per raggiungere i 5 minuti richiesti, che vengono realizzati in 28×24 ore, cioè in 28 giorni, dunque alle 6:00 del 13 aprile.

19. Risposta **D)**. Ogni studente gioca in 4 coppie diverse; ognuna di queste coppie gioca (una e una sola volta) contro tutte le possibili coppie che si possono formare con i 5 avversari: queste ultime sono in numero di 10.

20. Risposta **D)**. Siano R e r i due raggi. Deve essere soddisfatta la seguente uguaglianza: v 2 = Rv 2 + R + r + rv 2,
da cui R + r = v 2/(v 2 + 1) = v 2(v 2 - 1).

21. Risposta **D)**. Si ha $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 – ab + b^2) =$
$(a + b)\{(a + b)^2 – 3ab\}$. Si ha poi $a + b = 3$ e $ab = 1$.

22. Risposta **B)**. La scomposizione (a meno dell’ordine) di 2007 in fattori primi è 2007 = 3×3×223 (è facile verificare che 223 è un numero primo, per esempio controllando che non è divisibile per alcun intero primo minore della sua radice quadrata). Allora i divisori interi di 2007 sono (in ordine crescente): 1, 3, 9, 223, 3×223, 2007.

23. Risposta **E)**. Dopo la n-esima eliminazione (n = 1, 2, …) rimangono tutte e sole le lettere che nella sequenza occupano un posto multiplo di 2^n. La parola KANGAROO viene ripetuta periodicamente e ha $8 = 2^3$ lettere: è chiaro che, già dopo 3 eliminazioni, rimarrà una sequenza contenente solo l’ottava lettera, cioè “O”.

24. Risposta **D)**. 9999 è un numero accettabile: i numeri dei capelli dei singoli abitanti potrebbero andare da 0 a 9998. Ogni numero n maggiore di 9999 non è accettabile: non essendoci alcun abitante con esattamente 9999 capelli, dovendo i numeri dei capelli essere tutti diversi fra loro, dovrebbe necessariamente esserci un abitante con n capelli (cioè tanti quanti gli abitanti), eventualità esclusa dalle nostre ipotesi.

25. Risposta **A)**. Facilmente si trova che valgono le uguaglianze
$T = 4t$ e $E = 2t$, da cui segue $E = (4t^2)^{1/2} = (t\times T)^{1/2}$.

26. Risposta **D)**. Determiniamo i fattori primi di k e la loro molteplicità. Poiché si ha 10 = 2×5 e 6 = 2×3, dalle nostre ipotesi segue che i fattori primi di k devono essere solo 2, 3 e 5. 2 deve comparire n volte, dove n è il più piccolo intero positivo tale che n + 1 sia divisibile sia per 2 sia per 3: dunque 5 volte. Analogamente si ottiene che 3 deve comparire 2 volte e 5 deve comparire 3 volte.

Dunque si ha $k = 2^5 \times 3^2 \times 5^3$. Nel generico divisore intero di k, 2 può comparire da 0 a 5 volte (6 possibilità), 3 da 0 a 2 volte (3 possibilità), 5 da 0 a 3 volte (4 possibilità); ogni singola possibilità per un fattore è compatibile con ogni singola possibilità per ogni altro fattore. Si ha $6 \times 3 \times 4 = 72$.

27. Risposta **B)**. Il numero dei diamanti ritrovati è il prodotto *p* del numero delle collane rubate per il numero di diamanti da cui è costituita ogni singola collana (lo stesso per tutte le collane, e maggiore di uno). Non si possono avere dubbi sul numero delle collane rubate se e solo se *p* può essere espresso in un solo modo come prodotto di due fattori entrambi maggiori di uno e questi due fattori risultano uguali: ciò accade chiaramente se e solo se *p* è il quadrato di un numero primo. L'unico numero primo il cui quadrato è compreso fra 200 e 300 è 17 (si ha infatti $13 \times 13 < 200$, $17 \times 17 = 289$, $19 \times 19 > 300$).

28. Risposta **C)**. Chiaramente possiamo sempre pensare di estrarre le tre carte una alla volta. Estratta la prima carta, esaminiamo quante possibilità (tutte equiprobabili) sono favorevoli alla realizzazione dei singoli eventi.
Per A) sono favorevoli 2 possibilità su 11 alla seconda estrazione e, nel caso una delle 2 si realizzi, 1 su 10 alla terza.
Per B) sono favorevoli 8 possibilità su 11 alla seconda estrazione e, nel caso una delle 8 si realizzi, 4 su 10 alla terza.
Per C) sono favorevoli 9 possibilità su 11 alla seconda estrazione e, nel caso una delle 9 si realizzi, 6 su 10 alla terza.
Per D) sono favorevoli 3 possibilità su 11 alla seconda estrazione e, nel caso una delle 3 si realizzi, 2 su 10 alla terza.
Di conseguenza, è anche chiaro che E) è falsa.

29. Risposta **C)**. I modi diversi di distribuire i regali senza vincolo, inclusi quindi quelli in cui uno o più amici ricevano il proprio regalo, sono tanti quante sono le permutazioni di 5 oggetti a due a due distinti, dunque 120. Vi sono poi:
- 1 solo modo di dare ad ognuno il proprio regalo;
- nessun modo di dare ad esattamente quattro il proprio regalo;
- 10 modi di dare ad esattamente tre il proprio regalo (tanti quante le coppie di due elementi su cinque);
- 20 modi di dare ad esattamente due il proprio regalo (ad ognuna delle 10 coppie possibili corrispondono due diverse assegnazioni possibili per la terna rimanente);

- 45 modi di dare ad esattamente uno il proprio regalo (per ognuna delle 5 quaterne rimanenti le diverse assegnazioni possibili sono 9, come è facile verificare).

In definitiva: $120 - 1 - 10 - 20 - 45 = 44$.

30. Risposta **D).** La distanza tra due spigoli che non si tocchino è la lunghezza del segmento congiungente i loro punti medi, che è ortogonale ad entrambi. Siano allora ABCD i vertici del tetraedro, H il punto medio dello spigolo AD e K il punto medio dello spigolo BC. Il triangolo AHK è rettangolo in H, il cateto HK è uno dei segmenti di cui sopra e l'ipotenusa AK è una altezza della faccia ABC del tetraedro: detta x la lunghezza dello spigolo, il teorema di Pitagora fornisce allora $36 = 3x^2/4 - x^2/4$, da cui $x = 6v\,2$. A partire dalla lunghezza degli spigoli, il calcolo del volume del tetraedro si esegue in modo standard.