



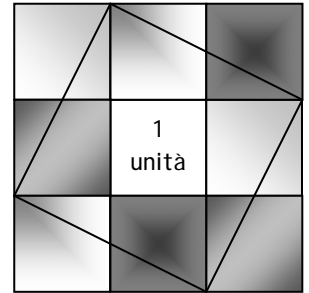
Kangourou della Matematica 2007  
finale nazionale italiana  
Mirabilandia, 7 maggio 2007



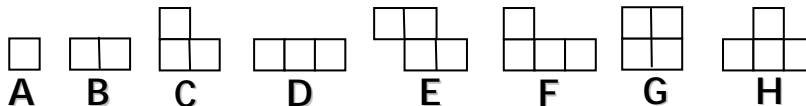
**LIVELLO ÉCOLIER**

E1. (5 punti) Il mio orologio digitale segna le 20:07. Quanto tempo deve trascorrere come minimo perché le stesse 4 cifre ricompaiano sull'orologio, non necessariamente nello stesso ordine?

E2. (7 punti) Nel mio soggiorno, quadrato e piastrellato con 9 grandi piastrelle quadrate ho disposto, di sbieco come suggerito dal disegno, un tappeto quadrato. Prendendo come unità di misura dell'area la superficie di una piastrella, qual è l'area del tappeto?



E3. (11 punti) Anna ha un puzzle con gli otto pezzi che ti mostriamo in figura.



Accostandone tre, vuole costruire un quadrato formato da 9 quadratini. In quanti modi diversi può operare la scelta dei tre pezzi? [Nel foglio per riportare le soluzioni troverai una quadrettatura per riportare i disegni che hai fatto per motivare la risposta a questo quesito.]

E4. (14 punti) In una classe in cui ci sono almeno due maschi e due femmine, ogni ragazzo stringe una volta la mano a ogni ragazza. In totale sono state effettuate 65 strette di mano. Quanti sono gli allievi (senza distinguere tra maschi e femmine) di quella classe?

E5. (18 punti) Hai 4 gettoni tondi, 2 triangolari e 5 quadrati. Ogni volta che mi dai

- un tondo ed un triangolo io ti dò un quadrato
- un quadrato ed un triangolo io ti dò un tondo
- un tondo ed un quadrato io non ti dò alcun gettone

$$\begin{aligned} \bigcirc + \triangle &= \square \\ \square + \triangle &= \bigcirc \\ \bigcirc + \square &= \text{nulla} \end{aligned}$$

e queste sono le sole possibilità che hai di alterare la situazione.

Rispondi alle seguenti domande.

- 1) Puoi rimanere con 5 quadrati? In che modo (o, in caso negativo, perché no)?
- 2) Puoi rimanere con un solo gettone? In che modo (o, in caso negativo, perché no)?
- 3) Puoi eliminare tutti i gettoni? In che modo (o, in caso negativo, perché no)?

E6. (22 punti) Alcuni fra i numeri interi che hanno 6 come cifra delle unità hanno anche questa proprietà:

se sposti la cifra 6 delle unità davanti alla prima cifra del numero, ottieni un nuovo numero che è il prodotto del numero di partenza per 4.

- Trova il più piccolo numero intero con questa proprietà.
- Trovane poi altri.



Kangourou della Matematica 2007  
finale nazionale italiana  
Mirabilandia, 7 maggio 2007

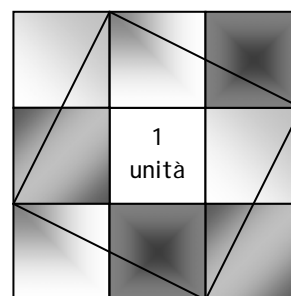


**LIVELLO ÉCOLIER**

**E1. (5 punti)** Il mio orologio digitale segna le 20:07. Quanto tempo deve trascorrere come minimo perché le stesse 4 cifre ricompaiano sull'orologio, non necessariamente nello stesso ordine?

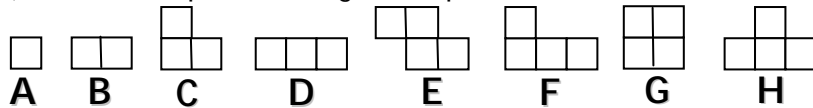
**Soluzione:** 4 ore e 20 minuti. Infatti le stesse cifre si ripresentano per la prima volta alle 00:27.

**E2. (7 punti)** Nel mio soggiorno, quadrato e piastrellato con 9 grandi piastrelle quadrate ho disposto, di sbieco come suggerito dal disegno, un tappeto quadrato. Prendendo come unità di misura dell'area la superficie di una piastrella, qual è l'area del tappeto?



**Soluzione:** 5. Infatti ogni lato del tappeto taglia esattamente a metà un rettangolo formato dall'unione di due piastrelle, che viene così ad essere ricoperto esattamente per metà dal tappeto. Quindi sotto il tappeto c'è l'equivalente di 1 + 4 piastrelle.

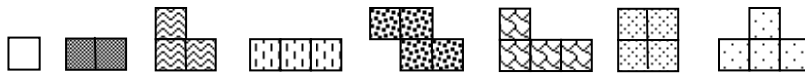
E3. (11 punti) Anna ha un puzzle con gli otto pezzi che ti mostriamo in figura.



Accostandone tre, vuole costruire un quadrato formato da 9 quadratini. In quanti modi diversi può operare la scelta dei tre pezzi? [Puoi usare la quadrettatura sottostante per riportare i disegni che hai fatto per motivare la risposta a questo quesito.]

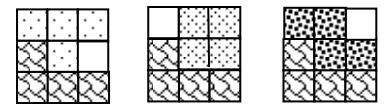
**Soluzione:** in 7 modi.

Osserviamo che ci sono quattro pezzi da 4 quadretti, due da 3, uno da 2 e uno da 1.

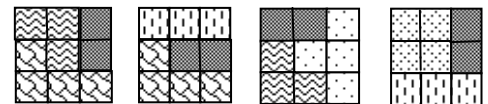


Per avere un quadrato di 9 quadretti si possono accostare o due pezzi da 4 e uno da 1 oppure un pezzo da 4 uno da 3 e uno da 2.

Dei sei modi con cui si potrebbero scegliere due pezzi da 4, solo tre consentono di realizzare un quadrato (negli altri casi si hanno figure con un quadratino "sporgente" e uno "rientrante").



Dei 2x4 modi in cui si potrebbero scegliere un pezzo da 3 e uno da 4, solo quattro consentono di realizzare un quadrato (negli altri casi si hanno figure con un quadratino "sporgente" e uno "rientrante").



E4. (14 punti) In una classe in cui ci sono almeno due maschi e due femmine, ogni ragazzo stringe una volta la mano a ogni ragazza. In totale sono state effettuate 65 strette di mano. Quanti sono gli allievi (senza distinguere tra maschi e femmine) di quella classe?

**Soluzione:** 18.

Se indichiamo con  $N$  il numero di ragazze che ci sono in classe, ogni ragazzo effettua  $N$  strette di mano: quindi il numero di strette di mano è il prodotto del numero dei ragazzi per  $N$ . Ora, 65 può essere visto come prodotto di due numeri interi solo in due modi (a meno dell'ordine dei fattori):  $65 \times 1$  e  $5 \times 13$ . Dal momento che nella classe ci sono almeno due maschi e due femmine,  $5 \times 13$  è il solo caso che fa per noi: quindi gli allievi sono  $5 + 13 = 18$ .

E5. (18 punti) Hai 4 gettoni tondi, 2 triangolari e 5 quadrati. Ogni volta che mi dai

- un tondo ed un triangolo io ti dò un quadrato
- un quadrato ed un triangolo io ti dò un tondo
- un tondo ed un quadrato io non ti dò alcun gettone

$$\begin{aligned} \bigcirc + \triangle &= \square \\ \square + \triangle &= \bigcirc \\ \bigcirc + \square &= \text{nulla} \end{aligned}$$

e queste sono le sole possibilità che hai di alterare la situazione.

Rispondi alle seguenti domande.

- 1) Puoi rimanere con 5 quadrati? In che modo (o, in caso negativo, perché no)?
- 2) Puoi rimanere con un solo gettone? In che modo (o, in caso negativo, perché no)?
- 3) Puoi eliminare tutti i gettoni? In che modo (o, in caso negativo, perché no)?

## Soluzione

- 1) Sì. È sufficiente che tu mi dia dapprima due tondi e i due triangoli: riceverai da me due quadrati. A questo punto, se mi ridarai questi due quadrati unitamente ai due tondi che ti restano, non avrai da me alcun gettone e quindi rimarrai esattamente con i cinque quadrati di partenza.
- 2) Sì. Se mi dai dapprima due coppie, una quadrato - triangolo e una tondo - triangolo, rimani con 3+1 tondi e 4+1 quadrati; se mi dai ora quattro coppie tondo - quadrato, resti con un quadrato. Allo stesso risultato puoi arrivare se se mi dai dapprima quattro coppie tondo - quadrato: infatti in questo caso resti con un quadrato e due triangoli e se mi dai ora il quadrato e un triangolo ottieni un tondo che, unito all'altro triangolo, ti fa ottenere un quadrato. È facile convincersi che, volendo restare con un solo gettone, questo non potrà che essere un quadrato.
- 3) No. Consegnando i due gettoni triangolari insieme a due gettoni
  - dello stesso tipo (ad esempio quadrati) diminuisce di due il numero di gettoni di tale tipo (nell'esempio: i quadrati) e aumenta di due il numero di gettoni dell'altro (nell'esempio: i tondi),
  - di tipo diverso resta inalterato il numero di gettoni tondi e quadrati.In ogni caso non è possibile equilibrare i due insiemi, in modo da consentirne l'eliminazione.

**E6.** (22 punti) Alcuni fra i numeri interi che hanno 6 come cifra delle unità hanno anche questa proprietà:

se sposti la cifra 6 delle unità davanti alla prima cifra del numero, ottieni un nuovo numero che è il prodotto del numero di partenza per 4.

- Trova il più piccolo numero intero con questa proprietà.
- Trovane poi altri.

**Soluzione:** il più piccolo è 153846.

Il numero si presenta nella forma  $\_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ 6$ . Facciamone il prodotto in colonna per 4, riportando di volta in volta la cifra delle unità del prodotto nel posto della cifra delle decine del moltiplicando, la cifra delle decine del prodotto nel posto della cifra delle centinaia del moltiplicando e così via finché non troviamo nel prodotto la cifra 6 (attenzione ai riporti!):

$$\begin{array}{r} \text{Riporti: } 2\ 1\ 3\ 1\ 2 \\ \_ \_ 1\ 5\ 3\ 8\ 4\ 6\ x \\ \hline \phantom{\_ \_} 4 = \\ 6\ 1\ 5\ 3\ 8\ 4 \end{array}$$

Ovviamente il numero ottenuto è il più piccolo.

Ora è chiaro che anche il numero 153846153846, ottenuto "replicando di seguito" il numero appena trovato, gode della stessa proprietà: infatti proseguendo nella nostra operazione, ci troviamo a riscrivere nella cifra dei milioni del moltiplicando la cifra 6 (con riporto 0) e quindi iniziamo un nuovo ciclo analogo al precedente. Il procedimento può essere iterato a piacere quindi tutti numeri

153846153846, 153846153846153846, 153846153846153846153846,... godono della stessa proprietà.