

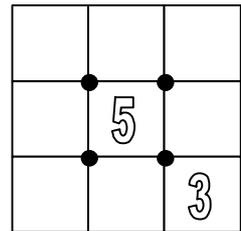


Kangourou della Matematica 2003
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 7 maggio 2003



LIVELLO CADET (tempo concesso 2 ore e 30')

C1. (5 punti) La figura che ti viene proposta rappresenta un quadrato ottenuto accostando 9 quadrati più piccoli. Devi inserire tutti i numeri da 1 a 9, uno per ogni quadrato, in modo che la somma dei quattro numeri che circondano ciascuno dei vertici interni, segnati con un pallino nero, valga 20. Come vedi, i numeri 3 e 5 sono già stati posizionati: inserisci i rimanenti.



C2. (7 punti) Una scatola contiene 100 palle colorate. Di queste, 28 sono rosse, 20 verdi, 12 gialle, 20 blu, 10 bianche e 10 nere. Qual è il minimo numero di palle che è necessario estrarre per essere sicuri a priori di averne almeno 15 dello stesso colore?

C3. (11 punti) Un magico rettangolo di cuoio di Mirabilandia si riduce della metà in lunghezza e di un terzo in altezza ogni volta che esaudisce un desiderio del suo proprietario. Si sa che inizialmente l'altezza misurava 27 centimetri e che, esauditi 3 desideri, il rettangolo è diventato un quadrato. Quanto misurava inizialmente la lunghezza?

C4. (14 punti) L'ipotenusa AC di un triangolo rettangolo è suddivisa in 8 segmenti uguali fra loro utilizzando 7 segmenti paralleli al cateto BC , ciascuno avente un estremo sul cateto AB e l'altro, appunto, sull'ipotenusa. Il cateto BC è lungo 10 metri. Quanto misura la somma delle lunghezze di questi 7 segmenti?

C5. (18 punti) La lancetta delle ore di un orologio compie un giro completo in 12 ore mentre quella dei minuti compie un giro completo in un'ora. Entrambe le lancette ruotano con continuità. Vi sono alcuni istanti in cui le due lancette sono sovrapposte. Quanto tempo intercorre tra uno di questi istanti ed il successivo?

C6. (22 punti) Quanti sono i numeri interi positivi di 7 cifre divisibili per 2003?



Soluzione dei quesiti proposti
alla finale di Mirabilandia 2003

Livello Cadet

C1: Due soluzioni possibili (una sola a meno di simmetrie).

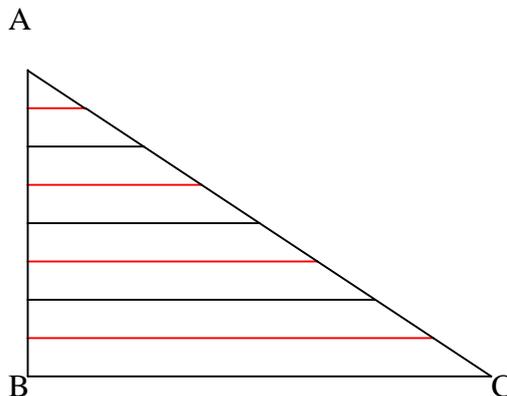
7	6	1
2	5	8
9	4	3

7	2	9
6	5	4
1	8	3

C2: 75. Se sono sfortunato pesco le 12 palle gialle, le 10 bianche e le 10 nere, 14 palle per ciascuno degli altri 3 colori (74 in totale) e finalmente all'estrazione successiva ho 15 palle dello stesso colore.

C3: 64 centimetri. Ogni volta che un desiderio è esaudito la lunghezza e l'altezza del rettangolo diventano rispettivamente metà e $\frac{2}{3}$ delle precedenti. Se h e l sono rispettivamente l'altezza e la lunghezza iniziali del rettangolo, il quadrato ottenuto dopo 3 desideri ha lato $(\frac{2}{3})^3 h = (\frac{1}{2})^3 l$ quindi $l = (\frac{4}{3})^3 h$.

C4: 35 metri. Per il teorema di Talete i 7 segmenti paralleli al cateto BC misurano rispettivamente $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, ecc. del cateto BC . La somma delle loro lunghezze è quindi $10 \cdot \frac{(1+2+\dots+7)}{8}$ metri.



C5: 1 h 5' 27 " e $\frac{3}{11}$. Infatti le lancette si sovrappongono 11 volte nell'arco di 12 ore a intervalli di tempo uguali tra loro, chiaramente superiori all'ora. La risposta segue dal fatto che si ha $3600 = 327 \cdot 11 + 3$ e che 327 secondi corrispondono a 5 minuti + 27 secondi.

C6: 4493. Il primo numero divisibile per 2003 (non inferiore a 1.000.000) è $2003 \cdot 500 = 1.001.500$; l'ultimo (inferiore a 10.000.000) è $2003 \cdot 4992 = 9.998.976$.