



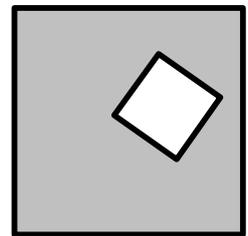
Kangourou della Matematica 2003  
finale nazionale italiana  
Mirabilandia, 7 maggio 2003



**LIVELLO BENJAMIN (tempo concesso 2 ore)**

**B1. (5 punti)** Quattro numeri sono tali che il secondo è uguale al primo più 7, il terzo è uguale al secondo più 7 e il quarto è uguale al terzo più 7. La loro somma vale 54. Qual è il primo numero?

**B2. (7 punti)** In una piazza quadrata c'è un'aiuola quadrata come schematizzato dalla figura. L'area della parte di piazza non occupata dall'aiuola è 8 volte l'area dell'aiuola. Per fare un giro della piazza lungo il suo contorno esterno impiego 15 minuti. Quanti minuti impiegherò, alla stessa velocità, per fare un giro lungo il contorno dell'aiuola?



**B3. (11 punti)** Un magico rettangolo di cuoio di Mirabilandia si riduce della metà in lunghezza e di un terzo in altezza ogni volta che esaudisce un desiderio del suo proprietario. Dopo aver esaudito 5 desideri la sua area è  $2 \text{ cm}^2$ , mentre dopo aver esaudito 2 desideri la sua altezza era di 4 cm. Qual era la sua lunghezza dopo aver esaudito il primo desiderio?

**B4. (14 punti)** È possibile che un'automobile percorra 25.000 Km e ciascuno dei cinque pneumatici di cui è dotata (quattro più la ruota di scorta) venga utilizzato per lo stesso numero di chilometri? Se rispondi "no" spiega perché, se rispondi "sì" indica una possibile strategia di sostituzione degli pneumatici.

**B5. (18 punti)** Quali sono le prime tre cifre e le ultime tre cifre del più piccolo numero intero positivo la somma delle cui cifre è 2003?

**B6. (22 punti)** Indicare come può essere individuato un insieme di 200 numeri interi compresi fra 1 e 300, estremi inclusi, in modo che sia rispettata la seguente clausola: se nell'insieme è presente un numero, allora non è presente il suo doppio.



Soluzione dei quesiti proposti  
alla finale di Mirabilandia 2003

**Livello Benjamin**

**B1:** 3. Infatti: primo + (primo + 7) + ((primo + 7) + 7) + (((primo + 7) + 7) + 7) = 54. Dunque: 4 volte il primo + 42 = 54 da cui 4 volte il primo = 12.

**B2:** 5 minuti. L'area del quadrato grande è 9 volte l'area del quadrato piccolo, per cui il lato del quadrato piccolo è  $1/3$  del lato del quadrato grande. Il tempo di percorrenza si ottiene dividendo per 3.

**B3:** 27. Se  $L_n$  è la lunghezza del rettangolo,  $H_n$  la sua altezza e  $A_n$  la sua area dopo aver esaudito  $n$  desideri, allora  $L_n = 2 L_{n+1}$ ,  $H_n = 3/2 H_{n+1}$  e  $A_n = 3 A_{n+1}$ . Allora  $A_1 = 3^4 A_5 = 81 \cdot 2$ ,  $H_1 = 3/2 H_2 = 6$  da cui  $L_1 = 81 \cdot 2 : 6 = 27$ .

**B4:** Sì. Chiamiamo A, B, C, D, E i 5 pneumatici. Per i primi 5000 km utilizzo ABCD, per i secondi 5000 utilizzo EBCD, per i terzi 5000 utilizzo EACD, per i quarti 5000 utilizzo EABD ed infine utilizzo EABC.

**B5:** 599 le prime 3 e 999 le ultime 3. Il numero cercato deve avere la quantità minore possibile di cifre, dunque queste devono essere quante più possibile uguali a 9. Da  $2003 = 222 \cdot 9 + 5$ , segue che il numero cercato si scrive con "5" seguito da 222 "9".

**B6:** Possiamo scegliere tutti i numeri da 151 a 300 inclusi, quelli da 38 a 75 inclusi, quelli da 10 a 18 inclusi e infine i numeri 3, 4, 1. Oppure possiamo scegliere tutti i 150 numeri dispari (da 1 a 299), poi i multipli di 4 ma non di 8 (da 4 a 300: 38 numeri), quindi i multipli di 16 ma non di 32 (da 16 a 272: 9 numeri), quindi i multipli di 64 ma non di 128 (64 e 192: 2 numeri) e infine 256, per un totale di 200.