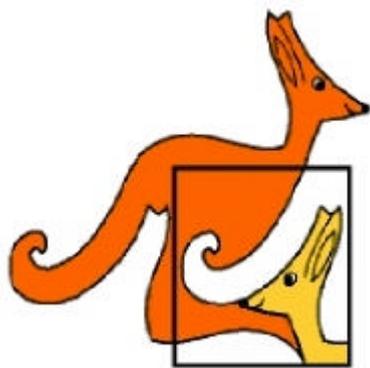


Kangourou Italia
Gara del 21 marzo 2002
Categoria Junior

Per studenti di seconda e terza superiore

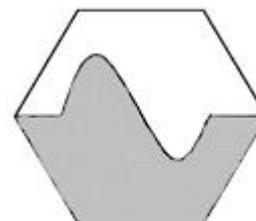


Regole:

- *La prova è individuale. Ogni tipo di calcolatrice è vietato*
- *Vi è una sola risposta esatta per ogni domanda. Le risposte esatte fanno acquisire 3, 4 o 5 punti secondo la loro difficoltà (3 punti per le prime 10 domande, 4 punti per le domande da 11 a 20, 5 punti per le ultime 10). Ogni risposta errata costa un quarto del suo valore in punti. Se non viene data alcuna risposta, il punteggio per quella domanda è 0.*
- *Durata della prova un'ora e quindici minuti. Inserite le vostre risposte nelle corrispondenti caselle.*

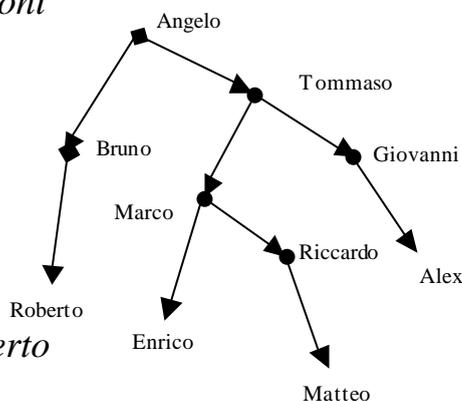
I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

1. La figura rappresenta un esagono regolare suddiviso in due regioni. Quanto vale il rapporto fra il perimetro della regione ombreggiata e quello della regione complementare?



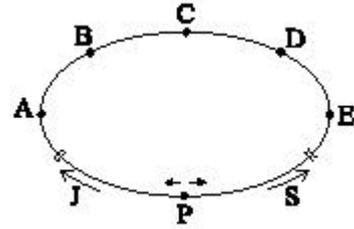
- A. 1 B. 1/2 C. 1/δ D. 1/4
E. impossibile rispondere senza ulteriori informazioni

2. Matteo esamina il proprio albero genealogico dove sono riportati solo i maschi e dove le frecce indicano il verso dal padre ai rispettivi figli. Qual è il nome del figlio del fratello del nonno del fratello del padre di Matteo?



- A. Marco B. Alex C. Tommaso D. Roberto
E. nessuno dei precedenti

3. Jack corre ad una velocità che è il triplo di quella della sua sorellina Susanna. Essi partono nello stesso istante dallo stesso punto P della pista rappresentata in figura, muovendosi in direzioni opposte e seguendo la pista. In quale punto si incontreranno per la prima volta?



- A. A B. B C. C D. D E. E
4. Sei bambini hanno mangiato insieme complessivamente 20 biscotti. Andrea ne ha mangiato uno, Beatrice due e Carlo tre. Daniela ha mangiato più biscotti di ognuno degli altri bambini. Qual è il più piccolo numero di biscotti che può aver mangiato Daniela?
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 E. 7
5. Sia l la lunghezza della più lunga linea spezzata, formata da segmenti aventi gli estremi nei vertici di un quadrato di lato 1, che è possibile tracciare senza mai staccare la penna dal foglio e senza percorrere due volte alcun segmento (è ammesso passare più di una volta per qualche vertice). Qual è, fra i seguenti numeri, quello più vicino a l ?
- A. 4 B. 3 C. 5,4 D. 5,8 E. 6,8
6. Quanto vale la differenza tra il più grande ed il più piccolo numero intero positivo, ciascuno formato da esattamente 3 cifre significative a due a due diverse fra loro?
- A. 899 B. 885 C. 800 D. 100 E. nessuno dei valori precedenti
7. Qual è il più piccolo numero di facce che può avere un poliedro, una faccia del quale sia un pentagono?
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 E. 10
8. Un numero intero si dice “primo” se è maggiore o uguale a 2 e se ammette come divisori interi positivi solo 1 e sé stesso (esistono infiniti numeri primi). Con quanti zeri termina la rappresentazione decimale del prodotto dei primi 2002 numeri primi?
- A. 0 B. 1 C. 10 D. 20 E. 100
9. Un computer è affetto da un virus che, nel corso del giorno in cui è stato inoculato, ne ha danneggiato la metà del disco fisso. Durante il giorno successivo il virus ha danneggiato $1/3$ della parte di disco rimanente; durante il terzo giorno il virus ha danneggiato $1/4$ della parte ancora sana all’inizio del giorno e durante il quarto giorno

1/5 della parte ancora sana all'inizio del giorno. A questo punto, quale frazione del disco fisso è rimasta sana?

- A. 1/5 B. 1/6 C. 1/10 D. 1/12 E. 1/24

10. Alberto mente sempre. Un giorno disse al suo vicino Franco: "Almeno uno di noi non mente mai". Sulla base di queste informazioni si può essere certi che

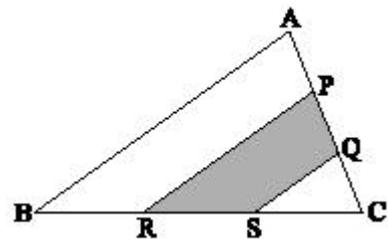
- A. Franco mente sempre
B. Franco mente almeno qualche volta, ma non è detto che menta sempre
C. Franco dice sempre la verità
D. Franco qualche volta dice la verità, ma non è detto che la dica sempre
E. Franco non ha detto alcunché

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. Sia $S = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$. Allora S vale

- A. 3 B. $\sqrt{7} - 2$ C. $\sqrt{7} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{5} + 2$ D. 1
E. $\frac{1}{\sqrt{7} - 2}$

12. Il triangolo ABC in figura ha area 1. I punti P e Q sul lato AC sono disposti in modo che i segmenti AP, PQ e QC abbiano la stessa lunghezza; i punti R e S sul lato BC in modo che i segmenti BR, RS e SC abbiano la stessa lunghezza. Qual è l'area della regione ombreggiata?

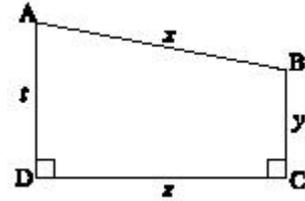


- A. 1/4 B. 1/3 C. 1/2 D. 2/3 E. 3/4

13. Un canguro fenomenale si sposta saltando in linea retta da Trieste a Mosca (le due città distano circa 2 500 Km) e ogni salto è lungo il doppio del salto precedente. Se il primo salto è lungo 1 metro, dopo quanti salti il canguro sarà il più vicino possibile a Mosca?

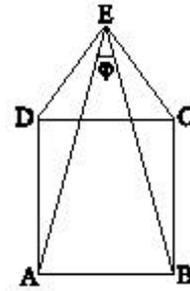
- A. 11 B. 12 C. 10 D. 20 E. 21

14. Un trapezio ABCD rettangolo in D e C, avente base maggiore AD, ha il perimetro lungo 16. Se le lunghezze dei lati sono tutte espresse da numeri interi, quanto è lungo il lato BC?



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

15. Osservate la figura: ABCD è un quadrato, mentre CDE è un triangolo equilatero. Quanto misura in gradi l'angolo φ ?

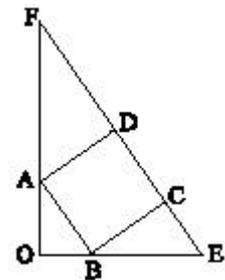


- A. $22,5^\circ$ B. 25° C. 30° D. $27,5^\circ$ E. $32,5^\circ$

16. Da un gruppo formato da ragazzi e ragazze se ne vanno 15 ragazze: a questo punto per ogni ragazza che rimane vi sono esattamente 2 ragazzi. Dopo un po' abbandonano il gruppo 45 ragazzi: ora per ogni ragazzo che rimane sono presenti 5 ragazze.. Quante ragazze c'erano originariamente nel gruppo?

- A. 20 B. 25 C. 35 D. 40 E. 75

17. Osservate la figura: OEF è un triangolo rettangolo, ABCD è un quadrato, il segmento OA è lungo 48 mentre il segmento OB è lungo 36. Quanto è lungo il segmento EF ?



- A. 185 B. 180 C. 176 D. 190 E. 188

18. Esercizio soppresso

19. Assegnato un numero reale x qualunque, un robot ha le sole possibilità di trasformarlo nel numero $x + 3$ o nel numero $x - 2$ o nel numero $1 / x$ o nel numero x^2 . Gli è concesso di eseguire la trasformazione per 3 volte consecutive, con piena libertà di scelta ad ogni passo. Inizialmente gli viene assegnato il numero 1,99. Se indichiamo con y il più grande numero che il robot può ottenere alla fine, allora

- A. $y = (1,99)^8$ B. $y = (4,99)^4$ C. $y = (7,99)^2$ D. $1.000 < y < 10.000$
 E. $y = 10.000$

20. Il signor Rossi impiega 90 secondi per portarsi al sesto piano di un grande magazzino salendo a piedi i gradini di una scala mobile quando questa non è in funzione; ne impiega invece 60 quando la scala è in funzione, ma si lascia trasportare senza muoversi. Quanti secondi impiega se la scala è in funzione e contemporaneamente egli ne sale i gradini?

- A. 36 B. 75 C. 45 D. 30 E. 50

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

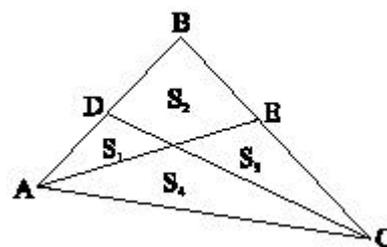
21. Le misure in centimetri dei lati di un rettangolo sono numeri interi e il suo perimetro vale 32. Quale, tra i seguenti numeri, può coincidere con la sua area (in cm^2)?

- A. 24 B. 48 C. 76 D. 192 E. 384

22. Dobbiamo trasportare contemporaneamente 50 scatole usando autocarri della portata di 1200 kg ciascuno. La prima pesa 150 kg, la seconda 151 kg, la terza 152 kg e così via fino all'ultima che pesa dunque 199 kg. Qual è il minimo numero di autocarri sufficiente ad effettuare il trasporto?

- A. 9 B. 10 C. 8 D. 7 E. 6

23. Assegnato un triangolo ABC, lo si suddivide in 4 poligoni S_1, S_2, S_3, S_4 scegliendo due punti D e E, rispettivamente sul lato AB e sul lato BC, come mostrato nella figura. È possibile scegliere D e E in modo che i 4 poligoni abbiano la stessa area?



- A. No, qualunque sia il triangolo ABC
 B. Sì, ma solo se ABC un triangolo equilatero
 C. Sì, ma solo se ABC è un triangolo rettangolo
 D. Sì, ma solo se ABC è un triangolo ottusangolo
 E. Sì, qualunque sia il triangolo ABC

24. Lo sfruttamento medio della capacità ricettiva di un albergo è 88 % durante i tre mesi estivi e 44 % durante i rimanenti mesi dell'anno. Qual è lo sfruttamento medio relativo all'intero anno?

- A. 55 % B. 50 % C. 46 % D. 80 % E. 48 %

25. Un terremoto ha danneggiato il quadrante dell'orologio della torre, che ha forma circolare. Sorprendentemente le lancette sono riamaste intatte e ora sono disposte lungo due segmenti rettilinei, uno congiungente il numero undici con il numero tre e l'altro il numero uno con il numero otto. Quanto è ampio (in gradi) il più piccolo fra i due angoli che essi determinano?

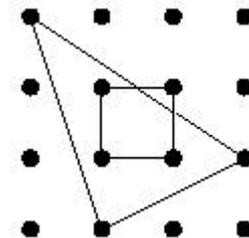


- A. 70° B. 75° C. 80° D. 85° E. 90°

26. Le lunghezze degli spigoli di una piramide a base triangolare ABCD sono: $AB = 9$, $BC = 12$, $CA = 8$, $AD = 6$, $BD = 12$ e $CD = 4$. Quante coppie di triangoli simili distinti si possono individuare tra le facce della piramide?

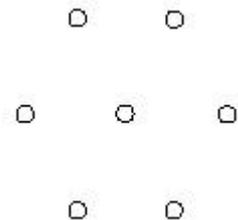
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

27. Nella figura a lato, due punti comunque scelti, purché adiacenti in orizzontale o in verticale, distano 1 metro. Quanto vale (in metri quadrati) l'area della parte comune al triangolo e al quadrato indicati?



- A. $9/10$ B. $15/16$ C. $8/9$ D. $11/12$
E. $14/15$

28. Diciamo che tre punti non allineati formano una “*V con vertice assegnato*” se uno di essi (il vertice, appunto) è equidistante dagli altri due. Quante “*V con vertice assegnato*” si riescono ad individuare in un insieme di 7 punti, 6 dei quali siano i vertici di un esagono regolare e il settimo sia il centro dello stesso esagono?



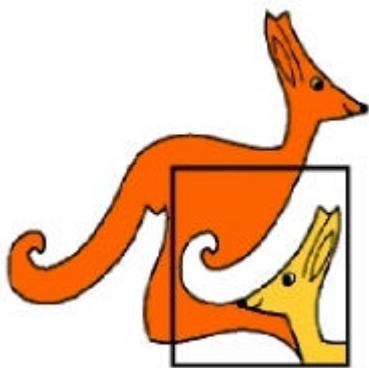
- A. 6 B. 18 C. 20 D. 30 E. 36

29. Quanto vale la somma $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + 10 \cdot 2^{10}$?

- A. $9 \cdot 2^{11}$ B. $10 \cdot 2^{11}$ C. $11 \cdot 2^{10}$ D. $11 \cdot 2^{22}$ E. $10 \cdot 2^{12}$

30. Quanti numeri interi di 4 cifre significative sono tali che la somma delle ultime due cifre e del numero formato dalle prime due coincida con il numero formato dalle ultime due cifre? (Un numero che soddisfa la condizione descritta è, ad esempio, 6370: infatti $7 + 0 + 63 = 70$.)

- A. 10 B. 45 C. 50 D. 80 E. 90



Kangourou Italia
Gara del 21 marzo 2002
Categoria Junior

Per studenti di seconda e terza superiore
Soluzioni

La risposta corretta è segnalata tra parentesi quadre dopo il numero di quesito.

1. [A] I due perimetri sono uguali, poiché la lunghezza della parte di bordo di ciascuna regione non comune all'altra è la stessa per entrambe le regioni.
2. [D] Procedere a ritroso.
3. [E] Ad ogni istante, la strada percorsa da Jack dopo la partenza è il triplo di quella percorsa da Susanna. L'incontro avverrà dunque quando a Jack mancherà esattamente $\frac{1}{4}$ di pista per completare il primo giro.
4. [D] Complessivamente, Daniela e i due rimanenti bambini non nominati hanno mangiato $20 - 6 = 14$ biscotti. Volendo esprimere 14 come somma di 3 addendi interi non negativi, almeno uno di essi deve valere almeno 5. Ma se ce n'è uno che vale esattamente 5, deve essercene anche un altro non più piccolo di lui. Se invece ce n'è uno che vale 6, c'è la possibilità che entrambi gli altri due siano più piccoli ($4+4$ o $5+3$).
5. [D] È facile constatare che, se ABCD è il quadrato, una delle spezzate di lunghezza massima è ABDACB. La sua lunghezza è esattamente $3 + 2\sqrt{2}$.
6. [B] Il più grande numero che rispetta la condizione assegnata è ovviamente 987, mentre il più piccolo è 102.
7. [B] Ogni lato della faccia pentagonale deve appartenere anche ad un'altra faccia, e lati diversi devono appartenere a facce diverse (fra le rimanenti): devono esservi dunque almeno altre 5 facce. D'altra parte esistono poliedri cosiffatti, poiché ogni piramide a base pentagonale ha esattamente 6 facce.
8. [B] 2 è il primo numero "primo" ed è l'unico numero primo pari; 5 è il terzo numero primo. Poiché il nostro prodotto ammette sia 2 sia 5 fra i suoi fattori, esso è divisibile per 10: dunque la sua rappresentazione decimale termina con zero. Se terminasse con più di uno zero, allora sarebbe divisibile per 100 e dunque in particolare per 4: in questo caso anche un altro dei suoi fattori, oltre a due, dovrebbe essere pari, il che è assurdo.
9. [A] Sia s_n la frazione di disco rimasta sana allo scadere del giorno n : chiaramente si ha $s_1 = 1/2$ e $s_n = \{1 - 1/(n+1)\} s_{n-1}$ per $n = 2, 3, 4$ da cui $s_4 = (4/5)(3/4)(2/3)(1/2) = 1/5$.
10. [B] L'affermazione "Almeno uno di noi due non mente mai" è falsa se e solo se "Ognuno di noi due mente almeno qualche volta".

11. [B] Si ha $S = (\sqrt{7} - \sqrt{6})/(7 - 6) + (\sqrt{6} - \sqrt{5})/(6 - 5) + (\sqrt{5} - 2)/(5 - 4) = \sqrt{7} - 2$.

12. [B] Per il teorema di Talete, i triangoli ABC, PRC e QSC sono simili fra loro con rapporto di similitudine 3 fra ABC e QSC, e con rapporto 2 fra PRC e QSC. Allora l'area di QSC vale 1/9, per cui quella di PRC vale 4/9. L'area richiesta vale dunque $4/9 - 1/9 = 1/3$.

13. [E] In base alla legge data, la lunghezza dell' n -esimo salto è 2^{n-1} metri. Sfruttando la formula che assegna la somma dei primi n termini della progressione geometrica di ragione $q \neq 1$

$$\sum_{k=0}^{n-1} q^k = (1 - q^n)/(1 - q),$$

si ottiene
$$\sum_{k=0}^{n-1} 2^k = 2^n - 1.$$

Poiché 2^{20} vale poco più di 1.000.000, dopo 21 salti il canguro avrà percorso poco più di 2.000 Km e quindi sarà più vicino a Mosca di quanto non sarebbe dopo 22 salti.

14. [B] Indichiamo con $l(X,Y)$ la lunghezza del segmento XY. I tre numeri $l(AD) - l(BC)$, $l(AB)$ e $l(CD)$ costituiscono una terna pitagorica (sono cioè numeri interi che esprimono le lunghezze dei lati di qualche triangolo rettangolo), e la loro somma vale $16 - 2l(BC)$. L'unica terna pitagorica la somma dei cui elementi è minore di 16 è (3,4,5). Si ricava subito $l(BC) = 2$.

15. [C] L'angolo BCE misura $90 + 60 = 150$ gradi: allora ciascuno degli altri due angoli del triangolo isoscele BCE misura 15 gradi, da cui segue subito che \hat{C} misura $60 - 2 \cdot 15 = 30$ gradi. **Oppure.** Si consideri il punto F interno al quadrato tale che il triangolo ABF sia equilatero. Si consideri quindi la circonferenza centrata in F e passante per A (e per B): poiché, per il teorema del parallelogramma, EF è lungo quanto AD, essa passa anche per E. Allora l'angolo \hat{C} è un angolo alla circonferenza che insiste su un arco il cui angolo al centro corrispondente misura 60 gradi.

16. [D] Se x è il numero che cerchiamo, in base a quanto è successo si deduce che x deve soddisfare l'uguaglianza

$$5[2(x - 15) - 45] = x - 15.$$

Si ricava $x = 40$. **Oppure:** eseguire una verifica diretta sui risultati proposti, che può essere abbreviata osservando che il numero cercato, stanti i dati del problema, deve essere superiore a 35.

17. [A] I triangoli OBA, CEB, FDA sono simili. Si ha allora $l(FD)/l(AD) = l(BC)/l(CE) = l(OA)/l(OB) = 4/3$. Poiché $l(AD) = l(BC) = 60$, si ricava $l(FD) = 80$ e $l(CE) = 45$. Allora $l(EF) = 80 + 60 + 45 = 185$. **Oppure.** Il segmento AB è lungo 60. I triangoli OEF e OBA sono simili fra loro. L'altezza di OBA relativa all'ipotenusa AB misura $h = 48 \cdot 36/60$; l'altezza di OEF relativa all'ipotenusa EF misura $k = h + 60$. Allora deve essere $l(EF)/l(AB) = k/h$, cioè $l(EF)/60 = (60 + 48 \cdot 36/60)60/48 \cdot 36$ da cui con facile calcolo si ricava $l(EF) = 185$.

18. La formulazione del quesito è incompleta e risulta ambigua, per cui la Commissione ha deciso di annullare il quesito, con attribuzione di punteggio "0" qualunque sia la

risposta eventualmente fornita. Osserviamo che, nel caso in cui le tre circonferenze assegnate avessero raggi sufficientemente piccoli (relativamente alla disposizione dei loro centri: per esempio fossero centrate nei vertici di un triangolo equilatero e avessero raggi di misura inferiore ad $1/3$ della misura del lato), la risposta corretta sarebbe [E]. Infatti fra le circonferenze tangenti a ciascuna delle tre circonferenze assegnate ne esisterebbe

- una che le lascia tutte all'interno;

- una che le lascia tutte all'esterno;

inoltre, per ciascuna delle circonferenze assegnate, ne esisterebbe:

- una che la lascia all'esterno, ma ha le altre due all'interno;

- una che la ha all'interno, ma lascia le altre due all'esterno.

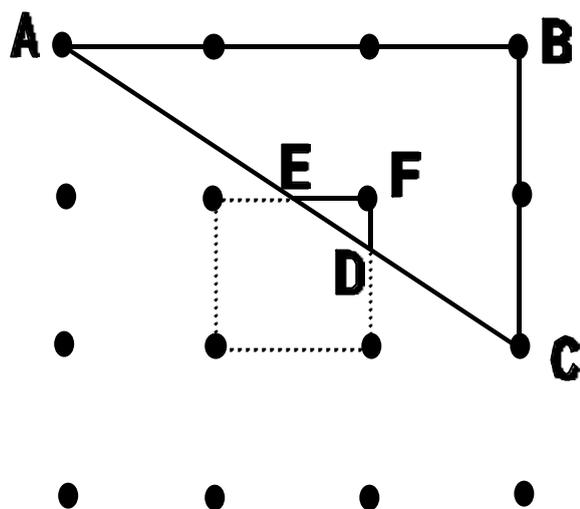
In totale sarebbero dunque 8. La situazione sarebbe invece chiaramente diversa se, per esempio, le tre circonferenze assegnate fossero tutte tangenti ad una stessa retta.

19. [E] Chiaramente si ha $1/(1,99 - 2)^2 = 10^4$.
20. [A] La velocità della scala è una volta e mezza quella del sig. Rossi quando sale a piedi. La somma delle due velocità è dunque due volte e mezza quella del sig. Rossi. Allora il tempo impiegato è $(2/5) \cdot 90 = 36$ secondi.
21. [B] Si tratta di capire quanto può valere il prodotto di due interi (positivi) la cui somma sia 16. Elencando le sei possibilità (basta esaminare gli addendi pari di 16, poiché per l'area sono proposti solo numeri pari), si ottiene subito $48 = 12 \cdot 4$.
22. [C] Nessun autocarro può portare più di 7 scatole, poiché 8 scatole comunque scelte pesano complessivamente più di 1.200 kg; allora 7 autocarri non possono bastare. D'altra parte, il trasporto si può effettuare con 8 autocarri: basta caricare le 36 scatole più pesanti su 6 di essi (6 per ciascuno), lasciando le rimanenti 14 a due autocarri (7 per ciascuno: il peso complessivo di queste ultime non supera comunque $157 + 158 + \dots + 163 = 157 \cdot 7 + 15 = 1.114$).
23. [A] La condizione sulle aree implica che il punto H dove si intersecano i segmenti AE e BD sia il punto medio di entrambi. Infatti, che la lunghezza di BD debba essere il doppio di quella di HD, segue per esempio dal fatto che l'altezza del triangolo ABD rispetto a BD è uguale all'altezza del triangolo AHD rispetto a HD, mentre l'area del primo è il doppio dell'area del secondo; analogamente si ragiona per AE e AH. Allora l'area del triangolo DEH, chiaramente minore dell'area di S_2 , viene a coincidere con l'area di S_4 in contrasto con la nostra richiesta.
Si noti che una costruzione come quella proposta risulta impossibile anche con la sola richiesta che coincidano le aree di S_1 , S_3 e S_4 : infatti, poiché tale richiesta implica che le diagonali del quadrilatero ABED si bisecchino, tale quadrilatero dovrebbe essere un parallelogramma.
24. [A] $88 \cdot (1/4) + 44 \cdot (3/4) = 55$.
25. [B] Diciamo H il punto di intersezione fra le due fenditure e indichiamo i punti individuati dalle ore sulla circonferenza che delimita il quadrante con il numero corrispondente. Si tratta di misurare l'angolo 1-H-3. L'angolo 1-3-11 è un angolo alla circonferenza che insiste su un arco di lunghezza $1/6$ della circonferenza stessa; dunque misura 30 gradi. Analogamente si trova che l'angolo 8-1-3 misura 75 gradi. Allora l'angolo 1-H-3 misura $180 - (30 + 75) = 75$

gradi.

26. [B] Due facce, comunque scelte, lasciano “libero” uno e un solo spigolo. Consideriamo una eventuale coppia di facce (triangoli) simili. Vi sono solo due spigoli di uguale lunghezza, BC e BD: essi dovranno dunque appartenere a triangoli diversi; essendo gli spigoli di massima lunghezza, uno dei due sarà quello da scartare. Agli spigoli di lunghezza 4,6,8,9 va dunque aggiunto uno degli spigoli di lunghezza 12. Facilmente si constata che il rapporto di similitudine non può che essere 2 a 3. Ciò porta ad individuare l’unica coppia di triangoli simili nei triangoli ACD (lunghezze dei lati 4,6,8) e ABD (lunghezze dei lati 6,9,12).
Oppure: elencare i 4 triangoli e confrontare direttamente le 4 terne che assegnano le misure dei lati.

27. [D]



I triangoli ABC e EFD sono simili e il cateto EF misura $\frac{1}{2}$ cioè è la sesta parte del cateto corrispondente AB. Allora, essendo 3 l’area di ABC, quella di EFD è $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$. La risposta corretta è dunque $\frac{11}{12}$.

28. [E] Ogni triangolo equilatero dà origine a 3 diverse “V con vertice assegnato”, ogni triangolo isoscele non equilatero ad una sola. Vi sono 6 diversi triangoli equilateri con vertice nel centro dell’esagono; vi sono inoltre altri 2 triangoli equilateri ottenibili collegando vertici alternati. Vi sono inoltre 6 triangoli isosceli non equilateri ottenibili collegando ogni vertice con i due vertici ad esso adiacenti e altri 6 ottenibili collegando il centro con coppie di vertici non opposti e non consecutivi. In totale, si possono ottenere 36 diverse “V con vertice assegnato”.

29. [A] È facile escogitare diversi procedimenti per rispondere a questo quesito. Ne proponiamo due, il secondo dei quali tiene conto del fatto che almeno una delle risposte indicate deve essere esatta.

$$\begin{aligned} \sum_{n=2}^{10} n2^n &= 2 \sum_{n=2}^{10} n2^{n-1} = 2 \sum_{n=1}^9 (n+1)2^n = 2\left(\sum_{n=1}^9 n2^n + \sum_{n=1}^9 2^n\right) = \\ &= 2\left(\sum_{n=2}^{10} n2^n - 10 \cdot 2^{10} + 2 + 2^{10} - 2\right) = 2 \sum_{n=2}^{10} n2^n - 9 \cdot 2^{11} \text{ da cui } \sum_{n=2}^{10} n2^n = 9 \cdot 2^{11}. \end{aligned}$$

Oppure: si può calcolare direttamente la somma richiesta ottenendo il valore 18.432 che è divisibile per 9, e osservare quindi che solo uno dei valori proposti nelle risposte è divisibile per 9.

30. [D] Sia $abcd$ la rappresentazione decimale del generico numero soddisfacente la condizione descritta (cioè sia $abcd = 1.000a + 100b + 10c + d$ con a, b, c, d interi ciascuno fra 0 e 9 e $a \neq 0$). Deve essere

$$10a + b + c + d = 10c + d$$

e dunque per ognuno dei dieci valori possibili per la cifra d sono accettabili tutte e sole le terne (a,b,c) tali che

$$10a + b = 9c.$$

Tali terne sono evidentemente tante quante i multipli di 9 maggiori di 10 e minori di 90, quindi sono 8. In totale si hanno dunque 80 numeri.