



Kangourou della Matematica 2021
Coppa Kangourou a squadre
Finale
Online, 7 maggio 2021



Quesiti

1. Numero primo

Qual è il numero primo compreso tra 11^2 e 12^2 che è somma di due quadrati?

2. Le famiglie

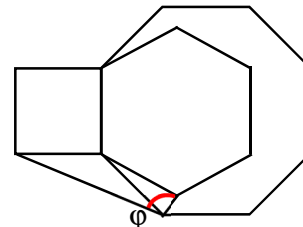
Su un autobus per Mirabilandia, che è Covid free, oltre all'autista viaggiano alcune famiglie. Ogni famiglia è composta esattamente da padre, madre e un figlio, salvo una nella quale i figli sono due. Al termine del viaggio, sommando i chilometri percorsi da tutti i viaggiatori, autista compreso, si ottiene 2021. Quante sono le famiglie?

3. Somma di prodotti

Ogni termine di una sequenza di 2021 numeri interi è 1 oppure 0 oppure -1 . Per ogni coppia non ordinata di termini della sequenza si esegue il prodotto dei termini che la compongono; si sommano quindi tutti i prodotti ottenuti. Al variare di tutte le possibili sequenze di questo tipo, qual è il valore massimo che possiamo ottenere per l'opposto di questa somma?

4. L'angolo

In figura vedete un quadrato, un ottagono regolare e un esagono regolare, aventi un lato in comune. Vedete anche due triangoli ottenuti congiungendo alcuni vertici delle altre figure. Quanti gradi misura l'angolo ϕ , somma di due angoli consecutivi dei due triangoli, indicato in figura?



5. Con 5 cifre

Chiamiamo *peso* di un numero intero positivo di almeno due cifre il numero delle coppie ordinate di sue cifre, non necessariamente adiacenti, per le quali la prima cifra è maggiore della seconda; ad esempio, il peso di 5142 è 4. Considerate tutti i numeri interi positivi di 5 cifre che si possono scrivere usando per ciascuno tutte le cifre 1, 2, 3, 4, 5 e sommate i loro pesi: che numero ottenete?

6. Il triangolo

Il lato di un quadrato $ABCD$ misura 19 cm. Sul lato CD viene individuato un punto G e, esternamente al quadrato $ABCD$, viene costruito il quadrato $GCEF$ di lato 14 cm. Qual è l'area in centimetri quadrati del triangolo AEG ?

7. L'autobus

Un autobus, un camion e un'auto viaggiano a velocità costante, il camion a 63 km/h e l'auto a 126 km/h. Passano in questo ordine davanti ad una stazione di servizio distanziati di intervalli di tempo uguali. Passano poi davanti ad una seconda stazione di servizio ancora distanziati degli stessi intervalli di tempo di prima, ma questa volta nell'ordine autobus, auto, camion. Qual è, in km/h, la velocità dell'autobus?

8. Monete

Quando ha svuotato il suo salvadanaio per contare i suoi risparmi, Francesco ha scoperto che conteneva solo monete da 1 euro. Le ha disposte in pile di 3 monete ciascuna e gli è avanzato un euro. Allora le ha disposte in pile da 4 monete ciascuna e gli è avanzato ancora un euro. La stessa cosa è successa quando le ha disposte in pile da 5 euro ciascuna. Con questi risparmi Francesco potrebbe acquistare un libro del costo di 65 euro, ma non il biglietto per un viaggio del costo di 150 euro. Quanti euro ha Francesco?

9. Quanti vertici?

Gli angoli interni di un poligono convesso hanno misure in progressione aritmetica: il più piccolo misura 106 gradi, il più grande ne misura 194. Quanti vertici ha il poligono?

10. Senza sei

Giovanni scrive tutti gli interi da 1 a 2021 tranne quelli che contengono la cifra 6. Quanti numeri scrive?

11. Le lettere

Mauro deve sostituire con una cifra ogni lettera che compare nell'allineamento $135X6Y$ in modo che il numero ottenuto sia divisibile per 12. Quante soluzioni (X, Y) ammette questo problema? (Non si esclude che X possa coincidere con Y).

12. Numeri "forti"

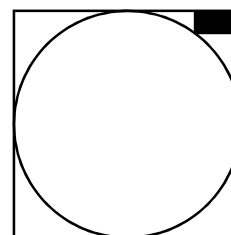
Diciamo che un numero è "forte" se ogni coppia di sue cifre consecutive costituisce un numero che è potenza, almeno di secondo grado, di un numero intero positivo. Ad esempio 325 è un numero forte poiché 32 e 25 sono potenze di interi. Quali sono le ultime quattro cifre del più grande numero forte? *Scrivete nell'ordine la cifra delle migliaia, quella delle centinaia ecc.*

13. Il regalo

Alice compie gli anni durante un campo estivo e i suoi compagni vogliono farle un regalo: per acquistarlo, i 20 ragazzi mettono ciascuno lo stesso numero M di euro e le 10 ragazze mettono ciascuna lo stesso numero F di euro. La media degli importi complessivamente raccolti supera del 50% l'importo M versato da ogni ragazzo. Quanti centesimi vale il quoziente della divisione $M : F$?

14. Il rettangolo nero

Il rettangolo nero in figura ha dimensioni 8×4 . Esso è collocato nell'intercapedine tra il bordo di un quadrato e la circonferenza inscritta, ha un vertice su di essa e quello opposto coincidente con un vertice del quadrato. Quanto vale l'area del quadrato?



15. Numeri anticipati

Se scriviamo tutti i numeri interi a partire da 1, uno dopo l'altro e senza lasciare spazi tra uno e l'altro, otteniamo la sequenza 123456789101112131415.... Isolando due o più cifre che compaiono come consecutive in questo allineamento, può accadere che il numero da esse formato appaia per la prima volta molto in anticipo rispetto alla sua naturale posizione: ad esempio 12 compare all'inizio, e ricompare poi anche nella sua naturale posizione fra 11 e 13. Numeri di questo tipo vengono detti *anticipati*. Qual è il più piccolo numero anticipato di 4 cifre?