

Semifinale individuale Cadet

Quesiti a risposta chiusa

1. (Punti 2) Tracciando in un piano 5 semirette aventi tutte origine in uno stesso punto O , abbiamo ripartito il piano stesso in 5 angoli $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$, tutti diversi tra loro. Altre ripartizioni del piano possono essere ottenute accostando (con vertice nel punto O) 3 angoli identici ad α , oppure 4 identici a β , oppure 5 identici a γ , oppure 6 identici a δ . In quanti angoli identici a ε può essere ripartito il piano?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

2. (Punti 3) Da un cartoncino abbiamo ritagliato un poligono di 7 lati come quello rappresentato in figura. Ora, con un solo taglio rettilineo, vogliamo staccare da questo poligono un altro poligono (come questo, non regolare e neppure convesso) con un diverso numero di lati. Quale dei seguenti poligoni non possiamo staccare?

- A) Un pentagono B) Un esagono C) Un ottagono
D) Un decagono E) Nessuna delle precedenti risposte è corretta



3. (Punti 3) A e B sono due cifre tali che il numero intero $A869B$ sia divisibile per 12. Quanti possono essere i diversi valori della somma $A + B$?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. (Punti 4) Maria è in cerca di lavoro e deve valutare due diverse proposte salariali: la prima proposta prevede un salario giornaliero fisso di 100 euro per ogni giorno di lavoro; la seconda prevede un salario che cresce di 10 euro a ogni giornata di lavoro, incominciando il primo giorno con 50 euro e proseguendo il secondo con 60 euro e così via. Quanti giorni come minimo basta che lavori perché la seconda proposta diventi più vantaggiosa?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 20

5. (Punti 4) Se $a = 1024$ e b è il prodotto di tutti i divisori (interi positivi) di a , quale delle seguenti uguaglianze è vera?

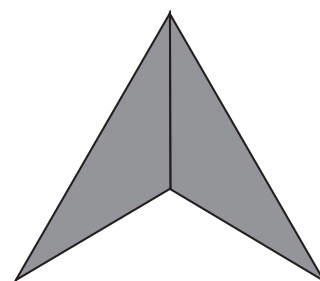
- A) $b = a^4$ B) $b^2 = a^{11}$ C) $b = a^5$ D) $b^3 = a^{10}$ E) $b = a^6$

6. (Punti 4) I numeri interi da 1 a 17 inclusi sono stati allineati in modo che la somma di due numeri consecutivi sia sempre un quadrato perfetto, che il numero al primo posto sia maggiore di quello all'ultimo (e ovviamente nell'allineamento ognuno compaia una e una sola volta). Che numero si trova nel terzo posto dell'allineamento?

- A) 14 B) 13 C) 4 D) 3 E) 1

7. (Punti 5) Accostando sei triangoli equilateri uguali si ottiene un esagono regolare. Supponi che i triangoli equilateri di partenza siano ripartiti ciascuno in tre triangolini (uguali) con un vertice nel centro del triangolo equilatero, di cui due grigi e uno bianco (vedi figura). Supponi di accostarli in modo che lungo ciascuno dei lati di congiunzione dei triangoli equilateri compaiano sempre triangolini di ugual colore. Quanti diversi "decori" di esagoni potresti ottenere?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2



8. (Punti 5) La somma di 1009 interi consecutivi è 2018^{2019} . Quanto vale la somma del più piccolo e del più grande di questi numeri?

- A) 4×2018^{2018} B) 1009^{2019} C) 4×1009^{2019} D) 2018^{1010} E) $2018^{2019} - 1$.

9. (Punti 6) Il doppio di un numero intero positivo N ha 6 diversi divisori interi; invece il triplo di N ha 4 diversi divisori interi. Qual è l'ultima cifra del numero $2019 \times N$?

Nota: tra i divisori di un numero sono compresi 1 e il numero stesso.

- A) 1 B) 3 C) 8 D) 9 E) È impossibile stabilirlo

Quesiti a risposta aperta

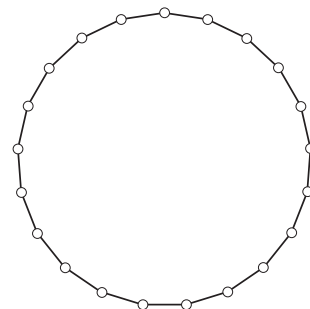
10. (Punti 4) Davide ha scritto un numero intero positivo M di due cifre (significative). Ha notato che, moltiplicandolo per un altro intero positivo minore di M , ottiene il numero 2331. Quanto vale M ?

11. (Punti 5) Un serbatoio può essere riempito con 10 rubinetti. Uno di essi può riempirlo in 1 giorno; due dei rimanenti lo possono riempire ciascuno in 12 ore, 3 dei rimanenti lo possono riempire ciascuno in 8 ore e i rimanenti 4 lo possono riempire ciascuno in 6 ore. Se tutti i rubinetti vengono aperti simultaneamente, quanti minuti sono necessari (e sufficienti) per riempire il serbatoio?

12. (Punti 5) Da uno stesso mazzo di 7 sette carte, ognuna numerata con un diverso numero da 1 a 7, Alice, Bianca e Carla prendono ciascuna due carte. Scoprono che entrambe le carte pescate da Alice danno lo stesso resto quando divise per 3, entrambe quelle pescate da Bianca danno lo stesso resto quando divise per 4 ed entrambe quelle pescate da Carla danno lo stesso resto quando divise per 5. Quale carta non è stata pescata? Date come risposta 9999 se pensate che non sia possibile stabilirlo con certezza.

13. (Punti 6) Un rettangolo R è ripartito da due rette in 4 rettangoli. Si sa che tre dei perimetri di tali rettangoli sono 11 cm, 16 cm e 19 cm e che il perimetro del quarto non è né il più piccolo né il più grande. Quanti centimetri misura il perimetro del rettangolo R ?

14. (Punti 6) In figura vedi un poligono regolare di 21 lati. Andrea ha molte pedine che vuole disporre sui vertici di tale poligono in modo tale che, per ogni coppia di vertici coperti da pedine, le distanze tra i vertici siano tutte differenti. Quante pedine al massimo può posizionare?



15. (Punti 6) Chiara vuole colorare di rosso oppure di blu ogni quadretto di una griglia 6×10 . Vuole che entrambi i colori siano presenti e che la percentuale della superficie che risulterà rossa dopo la colorazione sia $n\%$, con n numero intero. In quanti modi diversi può scegliere n ?

16. (Punti 7) Oggi è il compleanno di Mara e di sua mamma: l'età della mamma è il quintuplo di quella di Mara e un certo numero di anni fa era addirittura sette volte l'età di Mara. Tra lo stesso numero di anni, dividendo l'età della mamma per quella di Mara che numero si otterrà?

17. (Punti 7) Un professore è in un'aula con alcuni suoi allievi. L'età del professore supera di 24 anni l'età media dei suoi allievi presenti e di 20 anni l'età media di tutti i presenti, professore e allievi. Quanti sono gli allievi presenti?

18. (Punti 8) In un poligono convesso gli angoli misurano, alternatamente, 120 gradi e 150 gradi. Quanti vertici ha il poligono?

D	E	A	D	B	E	B	A	A	0063	0048	0004	0030	0005	0019	0004	0005	0008
---	---	---	---	---	---	---	---	---	------	------	------	------	------	------	------	------	------