Semifinale individuale Student

Quesiti a risposta chiusa

1. (Punti 2) Kangcity si trova 2 km a est e 2 km a nord rispetto a Kangtown e le due città sono separate da un fiume largo 1 km che scorre da sud a nord. Si vuol costruire una strada che attraversi il fiume su un ponte corto quanto più è possibile e che, soddisfatta questa richiesta, sia la più corta possibile. Quanti chilometri sarà lunga la strada?

A) 4 B) 3 C) $\sqrt{5}+1$ D) $\sqrt{3}+1$ E) $2\sqrt{2}$

2. (Punti 3) Il treno *X* percorre l'intero tragitto tra due città senza arrestarsi durante il viaggio (in particolare non effettuando fermate intermedie). Il treno *Y* percorre lo stesso tragitto effettuando una fermata intermedia di 5 minuti e impiegando per l'intero viaggio 5 minuti più di *X*. Allora

A) la velocità massima toccata dai due treni è la stessa.
B) la velocità massima toccata da *Y* è superiore a quella toccata da *X*.
C) la velocità media sull'intero tragitto è la stessa per i due treni.
D) in qualche punto del tragitto la velocità di *Y* è superiore alla velocità di *X*.
E) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.

3. (Punti 3) Una somma di cubi di numeri interi positivi vale 2017. Quale dei seguenti non può essere il numero degli addendi?

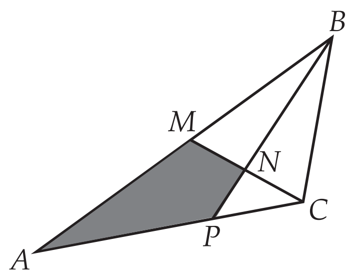
A) 3 B) 2000 C) 2010 D) 2017 E) 4

4. (Punti 4) Il numero di adesioni ad un mega torneo di tennis è stato fissato in modo da poter organizzare il torneo come segue. L'insieme dei partecipanti viene ripartito in batterie di 5 giocatori ciascuna. L'insieme dei vincitori delle singole batterie viene ancora ripartito in batterie di 5 giocatori ciascuna e così via fino ad avere solo 2 batterie da 5 giocatori ciascuna i cui vincitori si affrontano nella finale. In ogni batteria ogni giocatore affronta ogni altro una e una sola volta. Quale fra i seguenti può essere il numero delle partite complessivamente da disputare nel torneo?

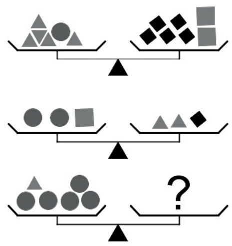
A) 3101 B) 3021 C) 501 D) 601
E) Nessuno dei precedenti

5. (Punti 4) Osserva la figura: *ABC* è un triangolo, *M* è il punto medio del lato *AB* e *N* è il punto medio del segmento *MC*. Qual è il rapporto fra l'area del quadrilatero *AMNP* (colorato in grigio) e l'area della rimanente parte del triangolo *ABC* ?

A) 5 : 7 B) 2 : 3 C) 3 : 5
D) 1 : 2 E) 5 : 12



6. (Punti 4) Le prime due bilance in figura sono in equilibrio. Quale fra i seguenti deve essere il contenuto del secondo piatto della terza bilancia (quello su cui è posto il punto di domanda), se vogliamo che anche quest'ultima sia in equilibrio?
(*Attenzione: gli unici legami tra i vari oggetti rappresentati sulle bilance sono quelli che si deducono dall'equilibrio delle prime due bilance*).



A)  B) 

C)  D)  E) 

7. (Punti 5) Arturo, Bruno e Carlo giocano a carte. Due di loro iniziano a giocare una partita; il vincitore gioca poi una partita con il compagno che è rimasto a guardare, e così proseguono per un po' di tempo: il gioco è tale che nessuna partita può terminare in parità. Quando smettono, risulta che Arturo ha giocato 17 partite e Bruno ne ha giocate 23. Qual è il minimo numero di partite che deve avere giocato Carlo?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

8. (Punti 5) Una superficie conica circolare retta di altezza 4, la cui superficie indichiamo con C, ha il vertice su una superficie sferica S di raggio 1 e tutte le generatrici intersecano l'interno della sfera. Il luogo di punti che costituisce l'intersezione di C con S, privato del vertice del cono
A) è in ogni caso una circonferenza. B) potrebbe essere un'ellisse che non sia una circonferenza.
C) potrebbe non essere una curva chiusa. D) potrebbe non essere una curva piana.
E) potrebbe essere l'insieme vuoto.

9. (Punti 6) Una raccolta di 400 poesie va pubblicata in tre volumi. Ogni poesia deve occupare le due facciate consecutive di una pagina. Ognuno dei tre volumi non deve avere meno di 100 pagine (cioè 200 facciate) ma non deve averne più di 200. In quanti modi diversi si può decidere la quantità di pagine dei singoli volumi? (*I volumi vanno considerati numerati: ad esempio la ripartizione 100 – 200 – 100 è diversa dalla ripartizione 200 – 100 – 100.*)
A) 5050 B) 10201 C) 5151 D) 2525
E) nessuno dei valori precedenti

Quesiti a risposta aperta

10. (Punti 6) Se f è una funzione tale che $f(11) = 22$ e per tutti i numeri interi x e y risulta $f(x \times y) = f(x + y)$, quanto vale $f(33)$?

11. (Punti 9) In un triangolo rettangolo la lunghezza dell'ipotenusa è inferiore di 4 alla somma delle lunghezze dei cateti. Quanto è lungo il raggio del cerchio inscritto?

12. (Punti 9) La città A dista 450 km dalla città B. Un treno che le collega deve impiegare, da orario, 2 ore e 15 minuti. Dopo aver viaggiato per la prima parte del tragitto alla media di 160 km/h, il treno ha 9 minuti di ritardo sulla tabella di marcia: per arrivare in orario, di quanti km/h deve essere la sua velocità media sulla rimanente parte del tragitto?

13. (Punti 12) Abbiamo 2017 numeri interi positivi tali che la somma di due di essi, comunque scelti, sia divisibile per 2017. Al minimo, quanti di essi devono essere divisibili per 2017?

14. (Punti 12) Due numeri interi positivi hanno 3 come massimo comun divisore e 1800 come minimo comune multiplo. Qual è il valore minimo che può avere la loro somma?

15. (Punti 12) Se $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}} = 5$, ove i puntini indicano che le radici presenti nella formula sono infinite, quanto vale x ?

16. (Punti 15) La guardarobiera riconsegna a caso 5 cappelli ai 5 signori che li avevano depositati all'ingresso. Qual è la probabilità che almeno uno riceva il proprio cappello?
Scrivi prima il numeratore e poi il denominatore della frazione ridotta ai minimi termini che esprime la probabilità: ad es. se fosse 7/12 scrivi 0712.

17. (Punti 15) Dato il numero n, per trovare il valore di n^8 bastano 3 operazioni aritmetiche:

$$n^2 = n \times n, \quad n^4 = n^2 \times n^2 \quad \text{e} \quad n^8 = n^4 \times n^4.$$

Per trovare n^{15} bastano 5 operazioni, le prime tre delle quali coincidono con le precedenti, la quarta è $n^{16} = n^8 \times n^8$ e la quinta è $n^{15} = n^{16} : n$. Qual è il minimo numero di operazioni (moltiplicazioni e divisioni) che, partendo da n, consentono di ottenere n^{1000} ?

18. (Punti 18) In un piano sono date 8 rette. Ogni retta incontra ogni altra, ma nessun punto del piano appartiene a più di due rette. Sia A l'insieme dei punti che appartengono a più di una retta. Quante sono le collezioni (non ordinate) di 8 punti di A che non contengono 3 punti collineari, cioè appartenenti a una stessa retta?

Quesito N.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
punteggio	2	3	3	4	4	4	5	5	6	6	9	9	12	12	12	15	15	18
risposta	C	D	B	E	A	E	D	D	C	0022	0002	0220	2017	0147	0020	1930	0012	3507